

Matematinio modeliavimo katedros
seminaras
2021 05 25

Aleksandras Krylovas

**Apie vieną
apklausos rezultatų
apdorojimo uždavinį**

Tyrimo bendraautoriai

Natalja Kosareva ir Stanislav Dadelo

Anotacija

Pranešime bus parodyti VGTU ir Kinijos studentų apklausos duomenys apie gyvenimo tikslų vertybių sistemą. Dėl įvairių priežasčių duomenų surinktų duomenų patikimumas nėra didelis. Duomenų apdorojimui buvo priimta dėstoma Diskrečiosios matematikos kurse Sąryšių teorija ir standartiniai matematinės statistikos metodai. Tai leido pasiūlyti nepatikimų duomenų eliminavimo kriterijų ir sukonstruoti "suvidurkintas" studentų nuomones apie gyvenimo tikslų pirmenybes.

Pranešimo planas

1. Apklausos klausimai
2. Apklausos duomenys
3. Sąryšių teorijos elementai
4. Preferencijų palyginimas
5. Duomenų apdorojimas
6. "Suvidurkintos" preferencijos
7. VGTU ir Kinijos studentų "suvidurkintos" vertybės

Apklauso klausimai

(1) Verslas/Karjera/Studijos (**K**)

(Profesinės veiklos pasiekimai);

(2) Finansai/Turtas (**F**)

(Turtinės santaupų dydis ir perspektyvos);

(3) Sveikata/Fizinis aktyvumas/Mityba (**S**)

(fizinės ir psichinės sveikatos būklė,
gyvenimo būdas, režimas);

(4) Socialinė raida/Draugai (**R**)

(žmonių ratas su kuriais bendraujate,
draugai su kuriais galite atvirai bendrauti ir iš jų sulaukti
paramos);

(5) Šeima (**Š**)

(santykiai su tėvais, seserimis, broliais,
giminėmis, globėjais);

- (6) Meilė/Šilti santykiai/Jausmai (**M**)
(nebūtinai romantiški)
(su artimu partneriu (žmona/vyru, sugyventiniu/ė),
draugais ir kitais žmonėmis);
- (7) Pramogos/Malonumai/Poilsis; (**P**)
- (8) Indėlis visuomenės gerovei (**G**)
(humanitarinės savanoristės veiklos);
- (9) Asmeninis augimas/Tobulėjimas (**A**)
(asmenybės branda);
- (10) Dvasingumas (**D**) (ryšis su dievu, visata);
- (11) Įvaizdis (**I**)
(savigarbą, savęs, savo veiklos ir darbo vertinimas).

Apklauso duomenys

	(1) (K)	(2) (F)	(3) (S)	(4) (R)	(5) (Š)
pirmenybės					
balai (1–10) dabar					
balai (1–10) ateityje					

(6) (M)	(7) (P)	(8) (G)	(9) (A)	(10) (D)	(11) (Į)

Pavyzdys:

pirmenybės

(7, 8, 1, 5, 2, 3, 6, 10, 4, 11, 9)

balai

(6, 5, 8, 5, 8, 4, 7, 2, 7, 3, 4)

(5, 4, 10, 4, 10, 3, 9, 1, 9, 2, 3)

Preferencijos

$$\begin{aligned} (\succ) : & (3) \succ (5) \succ (6) \succ \\ & (9) \succ (4) \succ (7) \succ \\ (1) \succ & (2) \succ (11) \succ (8) \succ (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\succeq) : & (3) \sim (5) \succ (7) \sim (9) \succ \\ & (1) \succ (2) \sim (4) \succ \\ (6) \sim & (11) \succ (10) \succ (8) \end{aligned}$$

Sąryšių teorijos elementai

Sąryšiu tarp aibės $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ elementų vadinamas bet kuris poaibis

$$S = \{(a_i, a_j), i, j \in \{1, 2, \dots, n\}\} \subset A \times A.$$

Sąryšis S vadinamas *tranzityviuoju*, kai

$$(a_i, a_j) \& (a_j, a_k) \in S \Rightarrow (a_i, a_k) \in S;$$

antisimetriniu, kai

$$(\forall i \neq j) (a_i, a_j) \in S \Rightarrow (a_j, a_i) \notin S;$$

visiškuoju, kai $(\forall i \neq j) (a_i, a_j) \vee (a_j, a_i) \in S$.

Antisimetrinį, tranzityvųjį ir visiškąjį

(griežtosios tvarkos) sąryšį

vadinsime *preferenciją* ir žymėsime \succ .

Sąryšis S vadinamas *refleksyviuoju*,
kai $(\forall i) (a_i, a_i) \in S$;
simetriniu, kai $(a_i, a_j) \in S \Rightarrow (a_j, a_i) \in S$.

Refleksyvusis, simetrinis ir tranzityvusis sąryšis
vadinamas *ekvivalentumu* ir žymimas \sim .

Tranzityvųjį visiškąjį sąryšį žymėsime \succeq .

Susitarkime rašyti $a_i \sim a_j$, kai $a_i \succeq a_j$ ir $a_j \succeq a_i$.

Pastebėkime, kad jei $a_{i_1} \sim a_{i_2} \sim \dots \sim a_{i_k}$,
tai \sim yra ekvivalentumo sąryšis aibėje
 $A' = \{a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}\}$.

Nagrinėsime tik tokias preferencijas \succ , kai egzistuoja bent vienas aibės A poaibis $U_{l''_i}$, kuriame apibrėžtas ekvivalen-
tumo sąryšis \sim .

Taigi egzistuoja toks aibės A skaidinys į blokus $T_{l'_i}$ ir $U_{l''_i}$:

$$\begin{aligned} & \left(\bigcup_{j=1}^{k_T} T_{l'_{i_j}} \right) \cup \left(\bigcup_{j=1}^{k_U} U_{l''_{i_j}} \right) = A, \\ & k_U \geq 1, \quad k_T + k_U < n \\ & (\forall i_1, i_2) \quad T_{l'_{i_1}} \cap T_{l'_{i_2}} = \emptyset, \\ & \quad T_{l'_{i_1}} \cap U_{l''_{i_2}} = \emptyset, \\ & \quad U_{l''_{i_1}} \cap U_{l''_{i_2}} = \emptyset \\ & \left(\forall a_i, a_j \in T_{l'_{i_1}} \right) \quad a_i \succ a_j \text{ arba } a_i \succ a_j, \\ & \quad \left(\forall a_i, a_j \in U_{l''_{i_1}} \right) \quad a_i \sim a_j \\ & \left(\forall a_i \in T_{l'_{i_1}} \right) \text{ ir } \left(\forall a_j \in T_{l'_{i_2}} \right) \text{ jei } l'_{i_1} > l'_{i_2}, \text{ tai } a_i \succ a_j \\ & \left(\forall a_i \in T_{l'_{i_1}} \right) \text{ ir } \left(\forall a_j \in U_{l''_{i_2}} \right) \text{ jei } l'_{i_1} > l''_{i_2}, \text{ tai } a_i \succ a_j \\ & \left(\forall a_i \in U_{l''_{i_1}} \right) \text{ ir } \left(\forall a_j \in U_{l''_{i_2}} \right) \text{ jei } l''_{i_1} > l''_{i_2}, \text{ tai } a_i \succ a_j \end{aligned}$$

Pavyzdys

Tarkime, kad turime aibę $A = \{1, 2, \dots, 10, 11\}$ ir preferenciją \succsim :

$$\begin{aligned} (3) &\sim (5) \succ (7) \sim (9) \succ (1) \succ (2) \\ &\sim (4) \succ (6) \sim (11) \succ (10) \succ (8) \end{aligned}$$

Užrašome atitinkamus aibės A blokus:

$$\begin{aligned} U_1 &= \{a_3, a_5\}, \\ U_2 &= \{a_7, a_9\}, \\ T_3 &= \{a_1\}, \\ U_4 &= \{a_2, a_4\}, \\ U_5 &= \{a_6, a_{11}\}, \\ T_6 &= \{a_{10}, a_8\}, \quad a_{10} \succ a_8 \end{aligned}$$

Apibrėžkime preferencijų
nesuderinamumo vertinimo
(atstumo) funkciją:

$$d(\succeq^{(1)}, \succeq^{(2)}) = \\ \left| (\succeq^{(1)} \setminus I_A) \setminus \succeq^{(2)} \right| + \\ \left| (\succeq^{(2)} \setminus I_A) \setminus \succeq^{(1)} \right|$$

Čia $I_A = \{(a_1, a_1), (a_2, a_2), \dots, (a_n, a_n)\}$ – aibės
 A tapatumo sąryšis,
 $|\dots|$ – aibės elementų skaičius.

Sąryšį S galima išreikšti matrica $M_S = \|m_{ij}\|_{n \times n}$,

$$m_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{kai } (a_i, a_j) \in S \\ 0, & \text{kai } (a_i, a_j) \notin S \end{cases}$$

Jei sąryšiai $\underline{\succ}^{(1)}$ ir $\underline{\succ}^{(2)}$ išreikšti matricomis

$$M_{\underline{\succ}^{(1)}} = \|a_{ij}^{(1)}\|_{n \times n},$$

$$M_{\underline{\succ}^{(2)}} = \|a_{ij}^{(2)}\|_{n \times n}, \text{ tai}$$

$$d(\underline{\succ}^{(1)}, \underline{\succ}^{(2)}) =$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n a_{ij}^{(1)} +$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ a_{ij}^{(1)} \neq a_{ij}^{(2)}}}^n a_{ij}^{(1)}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n a_{ij}^{(2)}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ a_{ij}^{(2)} \neq a_{ij}^{(1)}}}^n a_{ij}^{(2)}$$

Palyginkime preferenciją \succeq su preferencija \succ .

Nagrinėjamo pavyzdžio matricos:

$$A_{\succeq} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_{\succ} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{(\succ \setminus I_A) \setminus \succeq} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{(\underline{\gamma} \setminus I_A) \setminus \underline{\gamma}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

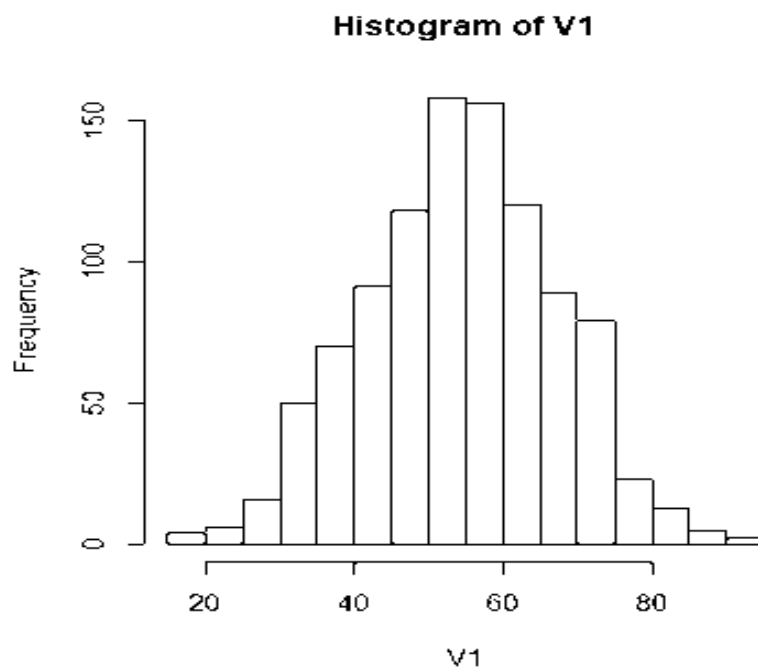
Atstumo funkcija

$$d(\underline{\gamma}, \underline{\gamma}) = d(\underline{\gamma}, \underline{\gamma}) = \\ |A_{(\underline{\gamma} \setminus I_A) \setminus \underline{\gamma}}| + |A_{(\underline{\gamma} \setminus I_A) \setminus \underline{\gamma}}| = 20.$$

Atsitiktinai sugeneruotų dydžių

$$d(\gamma, \underline{\gamma})$$

statistinis tyrimas

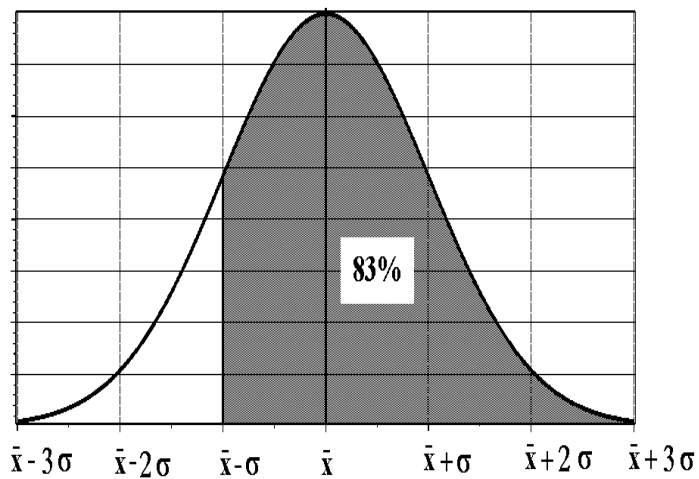


```
> mean(V1) [1] 54.898 > sd(V1) [1] 12.92806 > hist(V1)
> shapiro.test(V1)
```

Shapiro-Wilk normality test

data: V1 W = 0.99705, p-value = 0.06255

Duomenys turi normalųjį skirstinį



Uždavinio sprendimo algoritmas

Didelės funkcijos $d(\succeq^{(1)}, \succeq^{(2)})$ reikšmės rodo blogą dviejų preferencijų suderinamumą ir tokie apklausos rezultatai turėtų būti atmesti kaip nepatikimi. Taigi galima taikyti filtrą:

$$d(\succeq^{(1)}, \succeq^{(2)}) \leq d_0$$

Reikšmei d_0 nustatyti sugeneruosime atsitiktines preferencijas ir įvertinsime funkcijos d reikšmes: 10 kartų buvo sugeneruota po 10000 atsitiktinių preferencijų:

\bar{d}	54.84	55.10	54.89	55.01	55.14
σ	12.75	12.57	12.58	12.50	12.69
\bar{d}	54.93	54.93	55.12	55.16	54.95
σ	12.50	12.55	12.44	12.67	12.51

Lentelėse pateikti VGTU studentų duomenys,
 kai $d_0 = 42$, $d_{RD} < d_0$, $d_{RA} < d_0$, $d_{DA} < d_0$:

Merginos			
Nr.	d_{RD}	d_{RA}	d_{DA}
1(2)	27	40	17
2(5)	34	26	34
3(6)	31	33	40
...			
24(43)	24	29	15
25(45)	11	31	22
26(47)	15	14	21
27(48)	28	33	25
28(51)	28	12	22

Vaikinai			
Nr.	d_{RD}	d_{RA}	d_{DA}
1(2)	33	38	27
2(4)	26	24	24
...			
48(103)	27	24	21
49(104)	24	18	32

Skaičiavimų rezultatai

Pateiktų lentelėse dydžių statistiniai duomenys:

merginos

	min	max	vidurk	vidut. kv. nuokr.
RD	11	37	25.8214	7.8837
RA	12	40	30.2857	7.4379
DA	9	40	23.0357	8.2124

vaikiniai

	min	max	vidurk	vidut. kv. nuokr.
RD	9	41	26.6939	7.5532
RA	13	41	24.9388	8.5108
DA	12	40	24.9388	6.6533

Matome, kad visos reikšmės tenkina nelygybę

$$x_i \geq \bar{x} - 3\sigma$$

ir beveik visos reikšmės tenkina nelygybę

$$x_i \geq \bar{x} - 2\sigma,$$

t. y. nėra labai mažų reikšmių.

Suskaičiuojame vidutinius reitingus
ir suteiktų balų vidurkius dabar ir ateityje:

$$R_j = \frac{1}{n_{stud}} \sum_{i=1}^{n_{stud}} \left(11 - R_j^{(i)} \right), \quad j = 1, 2, \dots, 11$$

$$D_j = \frac{1}{n_{stud}} \sum_{i=1}^{n_{stud}} D_j^{(i)},$$

$$A_j = \frac{1}{n_{stud}} \sum_{i=1}^{n_{stud}} A_j^{(i)}$$

Šie rezultatai pateikti lentelėse:

merginos ($n_{stud} = 28$)

R	5.89	4.11	7.29	...	1.89	2.89
D	7.93	6.46	7.86	...	4.50	7.21
A	9.21	8.68	9.71	...	6.43	8.89

vaikinai ($n_{stud} = 49$)

R	6.08	5.49	7.37	...	0.76	2.47
D	7.24	6.06	7.35	...	3.10	6.41
A	9.27	9.00	9.41	...	4.86	8.08

Pagal šiuos duomenis konstruojame preferencijas.

Tai darome dviem būdais:

reitinguojame lentelių duomenis ir gauname griežtas preferencijas (\succ),

po to apvaliname skaičius lentelėse iki sveikųjų – gauname vidutinius vertinimus balais ir atitinkamas negriežtas preferencijas (\succeq).

Gauname:

Merginos

$$\begin{aligned}R &= (5, 7, 3, 4, 1, 2, 8, 11, 6, 10, 9) \\D &= (3, 9, 4, 8, 1, 2, 7, 11, 5, 10, 6) \\A &= (5, 7, 2, 8, 1, 3, 9, 10, 4, 11, 6) \\R &= (6, 4, 7, 6, 9, 8, 3, 1, 6, 2, 3) \\D &= (8, 6, 8, 7, 9, 9, 7, 4, 8, 4, 7) \\A &= (9, 9, 10, 9, 10, 10, 8, 7, 9, 6, 9)\end{aligned}$$

Vaikinai

$$\begin{aligned}R &= (5, 7, 3, 4, 1, 2, 8, 10, 6, 11, 9) \\D &= (5, 9, 4, 3, 1, 2, 7, 10, 6, 11, 8) \\A &= (4, 5, 2, 7, 3, 1, 8, 10, 6, 11, 9) \\R &= (6, 5, 7, 6, 8, 8, 4, 2, 6, 1, 2) \\D &= (7, 6, 7, 7, 9, 8, 7, 3, 7, 3, 6) \\A &= (9, 9, 9, 9, 9, 9, 8, 6, 9, 5, 8)\end{aligned}$$

Pateiksime atstumus tarp preferencijų

Merginos

	R	D	A	\tilde{R}	\tilde{D}	\tilde{A}
R	0	16	18	4		
D	16	0	14		8	
A	18	14	0			13
\tilde{R}	4			0	12	13
\tilde{D}		8		12	0	17
\tilde{A}			13	13	17	0

Vaikinai

	R	D	A	\tilde{R}	\tilde{D}	\tilde{A}
R	0	6	12	5		
D	6	0	18		12	
A	12	18	0			22
\tilde{R}	5			0	13	19
\tilde{D}		12		13	0	24
\tilde{A}			22	19	24	0

Pateiksime sukonstruotas preferencijas
patogesniu pavidalu:

Merginos

R : (5) \succ (6) \succ (3) \succ (4) \succ (1) \succ (9) \succ (2) \succ (7) \succ (11) \succ (10) \succ (8)
 D : (5) \succ (6) \succ (1) \succ (3) \succ (9) \succ (11) \succ (7) \succ (4) \succ (2) \succ (10) \succ (8)
 A : (5) \succ (3) \succ (6) \succ (9) \succ (1) \succ (11) \succ (2) \succ (4) \succ (7) \succ (8) \succ (10)
 \tilde{R} : (5) \succ (6) \succ (3) \succ (1) \sim (4) \sim (9) \succ (2) \succ (7) \sim (11) \succ (10) \succ (8)
 \tilde{D} : (5) \sim (6) \succ (1) \sim (3) \sim (9) \succ (4) \sim (7) \sim (11) \succ (2) \succ (8) \sim (10)
 \tilde{A} : (3) \sim (5) \sim (6) \succ (1) \sim (2) \sim (4) \sim (9) \sim (11) \succ (7) \succ (8) \succ (10)

Vaikinai

R : (5) \succ (6) \succ (3) \succ (4) \succ (1) \succ (9) \succ (2) \succ (7) \succ (11) \succ (8) \succ (10)
 D : (5) \succ (6) \succ (4) \succ (3) \succ (1) \succ (9) \succ (7) \succ (11) \succ (2) \succ (8) \succ (10)
 A : (6) \succ (3) \succ (5) \succ (1) \succ (2) \succ (9) \succ (4) \succ (7) \succ (11) \succ (8) \succ (10)
 \tilde{R} : (5) \sim (6) \succ (3) \succ (1) \sim (4) \sim (9) \succ (2) \succ (7) \succ (8) \sim (11) \succ (10)
 \tilde{D} : (5) \succ (6) \succ (1) \sim (3) \sim (4) \sim (7) \sim (9) \succ (2) \sim (11) \succ (8) \sim (10)
 \tilde{A} : (1) \sim (2) \sim (3) \sim (4) \sim (5) \sim (6) \sim (9) \succ (7) \sim (11) \succ (8) \succ (10)

(1) (K)	(2) (F)	(3) (S)	(4) (R)	(5) (Š)	(6) (M)	(7) (P)	(8) (G)	(9) (A)	(10) (D)	(11) (I)
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	--------------------	--------------------

(5) Šeima (**Š**)

(santykiai su tėvais, seserimis, broliais,
giminėmis, globėjais);

(6) Meilė/Šilti santykiai/Jausmai (**M**)

(nebūtinai romantiški)

(su artimu partneriu (žmona/vyru, sugyventiniu/ė),
draugais ir kitais žmonėmis);

(7) Pramogos/Malonumai/Poilsis; (**P**)

(8) Indėlis visuomenės gerovei (**G**)

(10) Dvasingumas (**D**) (ryšis su dievu, visata);

Uchano Sporto Universiteto Fizinio lavinimo
ir Anglų kalbos fakultetų studentai:

Merginos

R : (5) \succ (3) \succ (6) \succ (4) \succ (9) \succ (1) \succ (10) \succ (11) \succ (2) \succ (8) \succ (7)
D : (5) \succ (6) \succ (4) \succ (11) \succ (3) \succ (1) \succ (7) \succ (9) \succ (10) \succ (8) \succ (2)
A : (5) \succ (6) \succ (3) \succ (4) \succ (1) \succ (9) \succ (11) \succ (7) \succ (2) \succ (10) \succ (8)
 \tilde{R} : (5) \succ (3) \sim (6) \succ (4) \sim (9) \succ (1) \succ (10) \sim (11) \succ (2) \succ (7) \sim (8)
 \tilde{D} : (5) \succ (6) \succ (4) \succ (1) \sim (3) \sim (7) \sim (9) \sim (11) \succ (10) \succ (8) \succ (2)
 \tilde{A} : (5) \sim (6) \succ (1) \sim (3) \sim (4) \sim (9) \sim (11) \succ (2) \sim (7) \sim (8) \sim (10)

Vaikinai

R : (5) \succ (3) \succ (1) \succ (6) \succ (4) \succ (9) \succ (2) \succ (11) \succ (8) \succ (10) \succ (7)
D : (5) \succ (3) \succ (4) \succ (6) \succ (1) \succ (11) \succ (9) \succ (7) \succ (10) \succ (8) \succ (2)
A : (5) \succ (3) \succ (6) \succ (4) \succ (9) \succ (1) \succ (2) \succ (11) \succ (10) \succ (8) \succ (7)
 \tilde{R} : (5) \succ (1) \sim (3) \sim (6) \succ (4) \succ (9) \succ (2) \succ (8) \sim (11) \succ (10) \succ (7)
 \tilde{D} : (5) \succ (3) \sim (4) \sim (6) \succ (1) \sim (9) \sim (11) \succ (7) \succ (2) \sim (8) \sim (10)
 \tilde{A} : (1) \sim (3) \sim (4) \sim (5) \sim (6) \sim (9) \succ (2) \sim (11) \succ (8) \sim (10) \succ (7)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
(K)	(F)	(S)	(R)	(Š)	(M)	(P)	(G)	(A)	(D)	(Į)

Būsimieji tyrimai

"Švelnesnis" duomenų eliminavimas
vertybių stabilumas

kiti "kolektyvinių" preferencijų konstravimo metodai
balsavimų teorija, Kemeni mediana

Objektyvūs matavimai