STOCHASTINIO OPTIMIZAVIMO IR STATISTINIO MODELIAVIMO ALGORITMŲ TYRIMAS BEI TAIKYMAS

DAKTARO DISERTACIJA

GAMTOS MOKSLAI, INFORMATIKA (N009)

ANA UŠPURIENĖ

Turinys

I. **Įvadas**

1. Darbo aktualumas
2. Darbo tikslas
3. Darbo uždaviniai
4. Darbo mokslinis naujumas
5. Darbo rezultatų praktinė reikšmė
6. Ginamieji teiginiai
7. Disertacijos rezultatų aprobavimas

Darbo aktualumas (1)

- Sprendžiant statistinio modeliavimo ir optimizavimo uždavinius dažnai susiduriama su įvairaus pobūdžio **neapibrėžtumu**, kurio modeliavimui yra taikomi **statistiniai tikimybiniai metodai**, o minėti uždaviniai sprendžiami naudojant **stochastinio optimizavimo** (SO) metodus.
- Tradiciškai matematinio optimizavimo uždavinio sprendinys turi minimizuoti arba maksimizuoti tikslo funkciją (TF) ir tenkinti tam tikrus ribojimus.
- **Stochastiškumas** optimizavime atsiranda kai **TF ir/arba ribojimai yra stochastiniai** (išreiškiami per tikimybinius vidurkius arba tikimybes), arba kai optimizavimo uždavinio (atskiru atveju determinuoto) **sprendimui naudojami stochastiniai metodai** (Monte-Karlo metodas, stochastinė aproksimacija, ADAM).

Darbo aktualumas (2)

- Darbe sprendžiami stochastinio **iškiliojo optimizavimo** uždaviniai. Tokie uždaviniai turi **vieną ekstremumą** (minimumo arba maksimumo tašką), ir sprendžiami klasikiniais optimizavimo metodais (gradientinio nusileidimo, Simplekso ir pan.).
- Uždaviniams su stochastinėmis tikslo arba ribojimo funkcijomis galima taikyti ir stochastinius optimizavimo metodus (stochastinė aproksimacija, Adam metodas), tačiau įvedus stochastiškumą į optimizavimo procedūrą konvergavimo sparta ženkliai krenta, dažnai šie metodai konverguoja tik lokaliai.
- Kadangi praktikoje pasitaikantys uždaviniai gana dažnai yra neiškilieji, jiems spręsti yra sukurti genetiniai ir kiti metaeuristiniai algoritmai. Jie yra ypač taikytini kai TF yra **daugiaekstremė**. Gerai žinoma, kad kai TF yra vienaekstreme, šie algoritmai yra lėtesni už klasikinius optimizavimo metodus.

Darbo aktualumas (3)

- Stochastinė TF yra dažnai apskaičiuojama kaip **svorinis atskirų scenarijų tikslo funkcijų vidurkis** su svoriais, lygiais atskirų scenarijų tikimybėms. Scenarijai gali būti generuojami arba būna duoti iš anksto.
- Vienas iš būdų spręsti stochastinio optimizavimo uždavinius – suvesti juos į didelį tiesinio programavimo uždavinį. Šiam suvedimui dažnai taikomi **dekompozicijos metodai**.
- **Klasikinės dekompozicijos metodai** tinka **tik gana siauram SO uždavinių ratui**, kur yra tenkinamos tam tikros sąlygos tikslo funkcijos pokyčiams atskiruose etapuose.
- Realiuosiuose uždaviniuose, **kai neapibrėžties modeliavimui generuojamų atsitiktinių scenarijų skaičius yra didėlis, iškyla scenarijų agregavimo problema**.

(Žr. J.R. Birge ir F.V. Louveaux, 2011)

Darbo aktualumas (4)

- SO taikymas ypač aktualus finansų valdymui, kai tenka parinkti optimalų sprendimą iš galimų alternatyvų, esant ribotiems resursams. Taip pat dažnai tenka modeliuoti įmonės finansinę situaciją esant neapibrėžtumui ir taikyti modernius metodus priimant sprendimus, planuojant juos keliems etapams į priekį.
- SO finansuose dažniausiai taikomas sprendžiant kaštų minimizavimo, pelno maksimizavimo, investicijų planavimo, išteklių optimalaus panaudojimo uždavinius esant ribojimams finansinių instrumentų panaudojimui.
- Daugelio finansų valdymo uždavinių, sprendžiamų SO metodais, **formuluotės, taikant STO atskirose srityse, nėra pakankamai ištirtos**, pavyzdžiui - Veikla pagrįstas savikainos skaičiavimo metodas (angl. Activity Based Costing - ABC).

Darbo tikslas

- Ištirti dviejų ir daugelio etapų STO metodus ir algoritmus, juos modifikuoti ir pritaikyti realių planavimo bei sprendimo priėmimo uždavinių sprendimui.

Darbo uždaviniai

1. Išnagrinėti mokslinę literatūrą apie SO metodų taikymą optimalių sprendimų priėmimui esant neapibrėžtumui.
2. Sudaryti dviejų etapų SO dekompozicijos algoritmus, kai neegzistuoja pirmo etapo sprendiniai, ir pritaikyti juos spręsti finansų valdymo uždaviniams, kuriuose pradiniame etape grąža yra neigiama.
3. Ištirti scenarijų agregavimo metodą ir pritaikyti jį SO dekompozicijos algoritmui.
4. Sudaryti dviejų etapų netiesinio SO metodą finansų optimizavimo uždaviniams *Monte-Karlo* imčių serijomis spręsti.
5. Sudaryti ir pritaikyti SO metodus bei algoritmus:
   - komercinės įmonės grynųjų pinigų planavimo uždaviniui spręsti;
   - finansų kredito įmonės investavimo uždaviniui spręsti;
   - veikla pagrįsto savikainos skaičiavimo metodo (ABC) dviejų etapų viešosios įstaigos resursų planavimui;
   - viešųjų įstaigų(VŠĮ) finansinių srautų planavimo uždaviniui spręsti.

Darbo mokslinis naujumas

1. Dviejų etapų STO uždavinio sprendimui sukurtas modifikuotas dekompozicijos algoritmas leidžiantis spręsti uždavinius, kai pirmo etapo grąža yra neigiama.
2. Ištirtos atsitiktinių scenarijų agregavimo strategijos ir pateiktos rekomendacijos scenarijų optimalioms agregavimo strategijoms parinkti.
3. Sudarytas ir ištirtas dviejų etapų netiesinio SO metodas Monte-Karlo imčių serijomis. Uždavinio sprendimui pritaikyta stochastinio gradiento projekcijos metodo modifikacija.
4. Išanalizuoti finansų valdymo instrumentai ir sukurti dviejų bei keturių etapų STO algoritmai, skirti finansų planavimui. Sudaryti algoritmai pritaikyti viešųjų įstaigų (universiteto) finansų planavimo uždaviniui spręsti. Palyginti abiejų modelių realizavimo rezultatai. Atliktas finansinių instrumentų efektyvumo tyrimas.
5. Sukurtas algoritmas leidžia spręsti ABC modelio dviejų etapų STO uždavinį. Šis algoritmas pritaikytas sprendžiant realius ligoninės ir teisinės sistemos resursų valdymo uždavinius.

Darbo rezultatų praktinė reikšmė

- Uždavinių formuluotės yra aktualios ir naudingos įmonėms. Pasiūlyti algoritmai ir jų modifikacijos gali būti taikomi: įstaigos finansų planavimui, tinkamo finansinių instrumentų derinio parinkimui pagal įstaigos finansinę situaciją, resursų planavimo uždavinių sprendimui, kaštų apskaičiavimui pagal ABC metodą, įstaigos trumpo arba ilgo periodo kaštų prognozavimui, kai sprendžiamo uždavinio grąža trumpuoju periodu yra neigiama.
- Visi sukurti algoritmai realizuoti C++ kalba naudojant CPLEX paketą. Sukurta programinė įranga leidžia modeliuoti įvairias situacijas keičiant uždavinio parametrus ir gali būti panaudota projektuojant realią finansų valdymo ir optimizavimo sistemą, pasinaudojant blokų grandinių (blockchain) metodais paskirstytose duomenų bazėse bei taikant debesų kompiuteriją.

Ginamieji teiginiai

1. Pasiūlytas modifikuotas dviejų etapų STO uždavinio dekompozicijos metodas leidžia spręsti uždavinius, kai pirmo etapo sprendinys neegzistuoja.
2. Pasiūlytas dviejų etapų ABC SO modelis leidžia įvertinti kaštus tose situacijose, kai netiesioginiai kaštai viršija tiesioginius.
3. Dviejų bei keturių etapų viešųjų įstaigų finansinių srautų planavimo modeliai leidžia įvertinti neapibrėžtumą ir gauti sprendinius, kurių korekcijai reikėtų minimalių išlaidų.
4. Atsitiktinių scenarijų agregavimo tyrimo rezultatai parodė, kad scenarijų agregavimas leidžia sumažinti optimizavimo proceso iteracijų, reikalingų optimaliam sprendiniui pasiekti tuo pačiu tikslumu, skaičių.

Disertacijos rezultatų aprobavimas

- Disertacijos tema yra parašyti 9 moksliniai straipsniai, iš kurių 3 atspausdinti Mokslinės informacijos instituto duomenų bazėje (ISI Web of Science) referuojamuose leidiniuose.
- Disertacijoje atliktų tyrimų rezultatai buvo paskelbti keturiuose tarptautinėse mokslinėse konferencijose.

II. SO metodų sudarymas

1. Dekompozicijos modifikacija
2. Scenarijų agregavimas

Dviejų etapų STO uždavinys

- Daugelis planavimo ir sprendimų priėmimo uždavinių yra susiję su įvairaus pobūdžio neapibrėžtumu, kuris atsiranda dėl ateities scenarijų atsitiktinumo.
- Kai neįmanoma tiksliai įvertinti atskirų scenarijų realizavimo faktorius, gautus sprendinius reikia koreguoti jų realizavimo eigoje, formuluojant dviejų etapų STO uždavinį jiems rasti.
- Dviejų etapų STO uždavinys leidžia įvertinti neapibrėžtumą ir gauti sprendinius, kurių korekcijai reikėtų minimalių išlaidų.

$$\min_{x,y}\left(c^T x + \sum_{\xi} p(\xi) d_{\xi}^T y_{\xi}\right)$$

$$kai$$

$$Ax = b,$$

$$T_{\xi} x + W_{\xi} y_{\xi} = h_{\xi},$$

$$x \geq 0,\ y \geq 0.$$

x – pirmo etapo kintamųjų vektorius; y – antro etapo kintamųjų vektorius;
A – pirmo etapo ribojimų koeficientų prie x matrica;
T – antro etapo ribojimų koeficientų prie x matrica;
W – antro etapo ribojimų koeficientų prie y matrica;
b – pirmo etapo ribojimų dešiniųjų pusių vektorius;
h – antro etapo ribojimų dešiniųjų pusių vektorius;
ξ– elementarusis įvykis;

Dviejų etapų STO dekompozicijos algoritmas (1)

- Taikomas sprendžiant 2-jų etapų STP uždavinį:

Antro etapo uždavinio blokinė L-struktūra

$$\min_{x,y}\left(c^T x + \sum_{\xi} p(\xi) d_{\xi}^T y_{\xi}\right)$$

$$kai$$

$$Ax = b,$$

$$x \geq 0,\ y \geq 0.$$

$$\begin{array}{llllll}
T_1 x & +W_1 y_1 & & & & = h_1 \\
T_2 x & & +W_2 y_2 & & & = h_2 \\
T_3 x & & & +W_3 y_3 & & = h_3 \\
\vdots & & & & & \vdots \\
T_k x & & & & +W_k y_k & = h_k
\end{array}$$

x – pirmo etapo kintamųjų vektorius; y – antro etapo kintamųjų vektorius;

A – pirmo etapo ribojimų koeficientų prie x matrica; T – antro etapo ribojimų koeficientų prie x matrica; W – antro etapo ribojimų koeficientų prie y matrica; b – pirmo etapo ribojimų dešiniųjų pusių vektorius; h – antro etapo ribojimų dešiniųjų pusių vektorius; ξ– elementarusis įvykis; k – scenarijų skaičius.

Dviejų etapų STP dekompozicijos algoritmas (2)

Pagrindą sudaro J.R. Birge ir F.V. Louveaux aprašytas dekompozicijos algoritmas:

1 žingsnis. Sprendžiamas pagrindinis (master) tiesinis uždavinys:

$$\min_{x,\theta} \; c^T x + \theta, \; kur \; Ax = b$$
$$D_l x \geq d_l, \quad l = 1, \ldots, r,$$
$$E_l x + \theta \geq e_l, \quad l = 1, \ldots, s,$$

2 žingsnis. Visiems scenarijams *k* sprendžiamas tiesinis uždavinys: (leistinumo pjūvis)

$$\min \; w' = e^T \upsilon^+ + e^T \upsilon^-$$
$$s.t. \; Wy + I\upsilon^+ - I\upsilon^- = h_k - T_k x^v,$$
$$y, \; \upsilon^+, \upsilon^- \geq 0.$$

$$k : w' > 0,$$
$$D_{r+1} = (\sigma^v)^T T_k$$
$$d_{r+1} = (\sigma^v)^T h_k$$

3 žingsnis. Sprendžiami antro etapo uždaviniai visiems scenarijams (subproblem):

$$\min_y \; \omega = q_k^T y \,\middle|\, Wy = h_k - T_k x^v, \, y \geq 0, \; k = 1, \ldots K.$$

Jei $\theta^v \geq \omega^v$ sustoti, kitaip pereiti prie pirmo žingsnio. (optimalumo pjūvis)

$$E_{r+1} = \sum_{k=1}^{K} p_k (\pi_k^v)^T T_k$$
$$d_{r+1} = \sum_{k=1}^{K} p_k (\pi_k^v)^T h_k$$
$$\omega^v = e_{r+1} - E_{r+1} x$$

Bendru atveju, J.R. Birge ir F.V. Louveaux algoritme reikalaujama, kad jau pirmo etapo grąža nebūtų neigiama, nors gana dažnai investuojant pirmajame etape, svarbu, kad pelnas būtų gautas investavimo periodo gale, t.y. pakanka, kad grąža būtų teigiama tik antro etapo pabaigoje.

Dviejų etapų STP dekompozicijos algoritmas

Pagrindą sudaro J.R. Birge ir F.V. Louveaux aprašytas dekompozicijos algoritmas:

1 žingsnis. Sprendžiamas pagrindinis (master) tiesinis uždavinys:

$$\min_{x,\theta} \; c^T x + \theta, \; kur \; Ax = b$$
$$D_l x \geq d_l, \quad l = 1, \ldots, r,$$
$$E_l x + \theta \geq e_l, \quad l = 1, \ldots, s,$$

2 žingsnis. Visiems scenarijams *k* sprendžiamas tiesinis uždavinys: (leistinumo pjūvis)

$$\min \; w' = e^T \upsilon^+ + e^T \upsilon^-$$
$$s.t. \; Wy + I\upsilon^+ - I\upsilon^- = h_k - T_k x^v,$$
$$y, \; \upsilon^+, \upsilon^- \geq 0.$$

$$k : w' > 0,$$
$$D_{r+1} = (\sigma^v)^T T_k$$
$$d_{r+1} = (\sigma^v)^T h_k$$

3 žingsnis. Sprendžiami antro etapo uždaviniai visiems scenarijams (subproblem):

$$\min_y \; \omega = q_k^T y \,\middle|\, Wy = h_k - T_k x^v, y \geq 0, \; k = 1, \ldots K.$$

Jei $\theta^v \geq \omega^v$ sustoti, kitaip pereiti prie pirmo žingsnio. (optimalumo pjūvis)

$$E_{r+1} = \sum_{k=1}^{K} p_k (\pi_k^v)^T T_k$$
$$d_{r+1} = \sum_{k=1}^{K} p_k (\pi_k^v)^T h_k$$
$$\omega^v = e_{r+1} - E_{r+1} x$$

Pasiūlyta algoritmo modifikacija:

Jei baigtinis sprendinys x^* (1 žingsnis) neegzistuoja, sprendžiamas modifikuotas uždavinys:

$$\min_{x,y} \; c^T x + \theta + q^T y \cdot u \,\middle|\, Ax = b, \; Tx + Wy = h, \; x \geq 0, \; y \geq 0, \; u << 1.$$

Scenarijų agregavimo tyrimas

- Siekiant sumažinti optimizavimo proceso iteracijų skaičių ir optimalaus sprendinio gavimo skaičiavimo laiką, buvo atliktas scenarijų agregavimo tyrimas. R.T. Rockafeller ir R.J.-B. Wets pasiūlytas scenarijų agregavimo metodas:
- Neapibrėžtumas yra modeliuojamas keleto scenarijų $S = \{s^1, \ldots, s^L\}$.
- Kiekvienam scenarijui $s \in S$, randamas subproblemos (P_S) sprendinys:

$$\min_x f(x, s)$$
$$visiems \;\; x \in C_s \subset R^n.$$

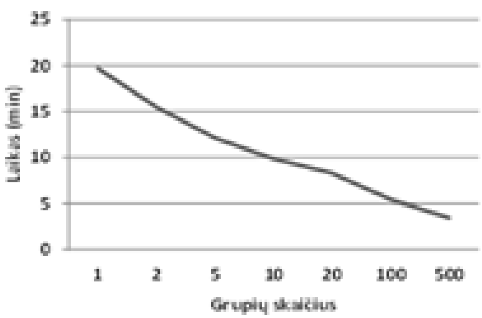
- Konstruojamas įvertis, pažymintis vidutinį sprendinį: $\hat{x} := \sum_{s \in S} p_s x^s$.
- Apibrėžiama stochastinio optimizavimo problema, kurioje kiekvienas scenarijus $s \in S$ yra susiję̨s su scenarijaus pasirodymo tikimybę p_s :

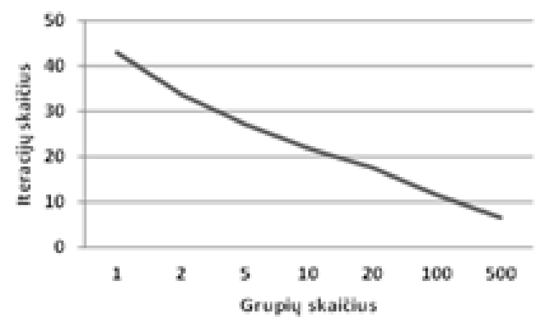
$$\min_x \sum p_s f(x, s^s)$$
$$kai \;\; x \in \cap_s C_s.$$

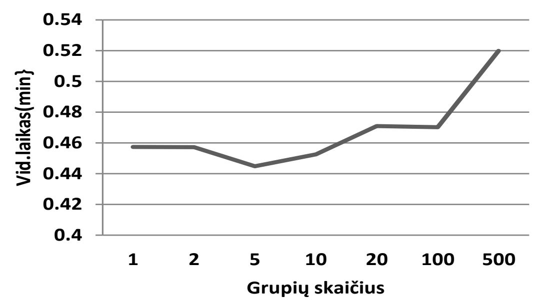
C – leistinųjų sprendinių aibė, apibrėžta ribojimais; p_S – scenarijų tikimybės; x^S – scenarijų problemų sprendiniai.

Scenarijų agregavimo tyrimas

- Tiriant scenarijų agregavimą, buvo sprendžiamas dviejų etapų STP uždavinys. Sprendimui buvo pritaikyta prieš tai aprašyta dekompozicijos algoritmo modifikacija:







- Optimalus grupių skaičius: 4-7

III. SO modelių sudarymas

1. ABC modelis
2. Trumpojo laikotarpio finansų planavimo modelis
3. VŠĮ finansinių srautų planavimo modelis

ABC metodas (1)

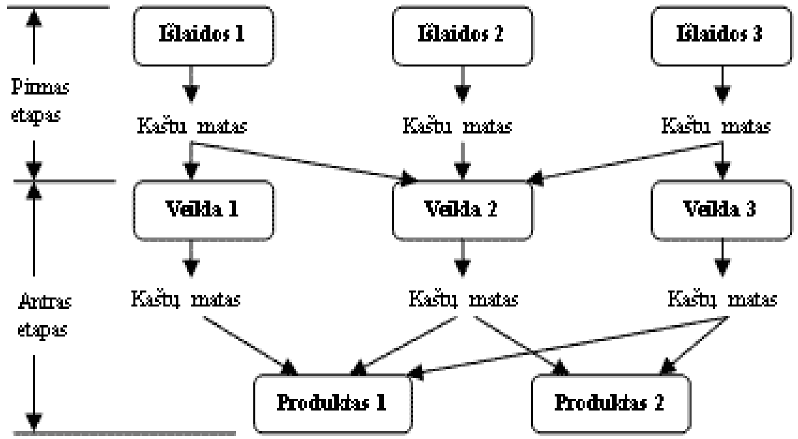
- Bazinis savikainos skaičiavimo principas yra kaštų suskirstymas į tiesioginius ir netiesioginius(pridėtinius) ir abiejų kaštų rūšių susiejimas su gatava produkcija.
- Pridėtiniai kaštai skaičiuojami proporcingai atliktam darbui, įrenginių eksploatavimo laikui, gamybos apimčiai, pardavimams ir t.t.
- Jeigu pridėtinių kaštų dalis produkto savikainoje yra nedidelė, tai galima naudoti tradicinį kaštų skaičiavimo metodą, nes paklaida gaunama maža.
- Tačiau dabartinėmis sąlygomis, tobulėjant gamybos technologijoms, mažėjant darbo ir medžiagų apimčiai ir procesų automatizavimui, tiesioginių kaštų dalis mažėja, o pridėtinių (netiesioginių) didėja.

ABC metodas (2)

- Veikla pagrįsto savikainos skaičiavimo (*ABC - Activity based costing*) metodo taikymas leidžia išvengti kaštų skaičiavimo klaidų, nes leidžia pamatyti realius produkto kaštus.
- ABC metodas susideda iš dviejų pagrindinių etapų:

Pirmas etapas: visos išlaidos yra priskiriamos kaštų šaltiniams.

Antras etapas: visos veiklose patirtos išlaidos yra paskirstomos produktams pagal tai, kokia dalis veiklos yra skirta kiekvieno produkto gamybai.



Dviejų etapų ABC STO modelis

- Tikslo funkcija (TF): $$F(w,r,h)=\min_{w,r,h}\left[\varphi(w,r,h)+E_{\tilde{d}}\left(\min_{x,y,y^-,w^+,r^+,h^+} g(x,y,y^-,w^+,r^+,h^+)\right)\right]$$
- I etapo TF: $$\varphi(w,r,h)=\sum_{i\in I}v_i\cdot w_i+\sum_{k\in K}u_i\cdot r_i+\sum_{s\in S}f_s(h_s)$$
- II etapo TF: $$g(x,y,y^-,w^+,r^+,h^+)=-\sum_{z\in Z}c_z\cdot y_z+\sum_{z\in Z}c_z^-\cdot y_z^-+$$ $$+\sum_{i\in I}\upsilon_i^+\cdot w_i^+ +\sum_{k\in K}u_k^+\cdot r_k^+ +\sum_{s\in S}q_s^+\cdot h_s^+$$

w_i, r_i, h_i - žaliavos, apskaitos ir palaikymo resursų kiekiai;
c_Z - produkto z papajamos; x_j – veiklos; y_Z – produktai;
d_Z – produkto z paklausa.

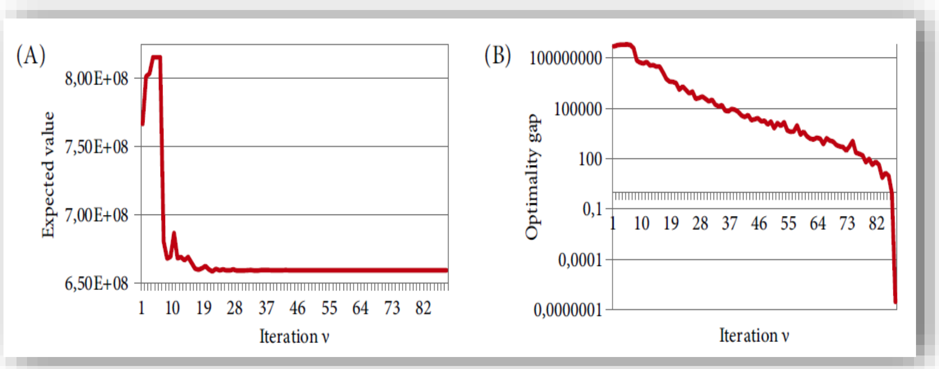
$$D^+=\left\{\begin{array}{l}\sum_{j\in J}a_{ij}x_j-w_i+w_i^+=0,\ i\in I\\ \sum_{j\in J}a_{kj}x_j-r_k+r_k^+=0,\ k\in K\\ \sum_{j\in J}a_{sj}x_j-h_s+h_s^+=0,\ s\in S\\ \sum_{j\in J}a_{lj}x_j-\rho_l\le 0,\ l\in L\\ \sum_{j\in J}a_{mj}x_j-b_m\le 0,\ m\in M\\ \sum_{z\in Z}a_{jz}y_z-x_j=0,\ j\in J\\ x_j-U_j\le 0,\ j\in J\\ \sum_{z\in Z}y_z-C\le 0\\ y_z+y_z^-\ge e_z\cdot\tilde{d}_z,\ z\in Z\\ y_z\le\tilde{d}_z,\ z\in Z x_j,y_z,y_z^-,w_i^+,r_k^+,h_s^+\ge 0\end{array}\right\}$$

- I etapo (D) ir II etapo (D+) leistinosios sritys: $$D=\left\{\begin{array}{l}\sum_{i\in I}\upsilon_i w_i-W\le 0,\\ \sum_{k\in K}u_k r_k-R\le 0,\\ h_s-H_s\le 0, s\in S\\ w_i,r_k,h_s\ge 0\end{array}\right\}$$

- Neigiama tikslo funkcijos reikšmė po dviejų etapų reiškia pelną, o teigiama – nuostolius.

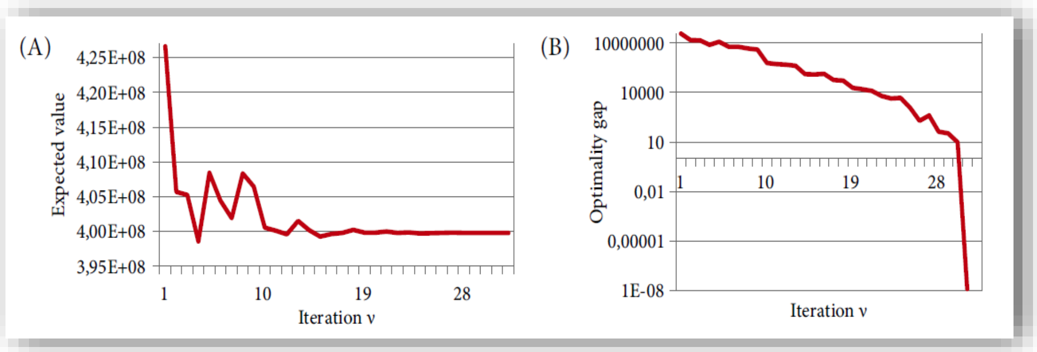
Dviejų etapų ABC STO modelio taikymas (1)

- **Ligoninės atvejis:**
  - I etapas: *n1=13, r1=10*; II etapas: *n2=114, r2=74*.
  - Uždavinio sprendimui panaudotas modifikuotas dekompozicijos metodas.
  - Simuliavimui buvo sugeneruota *500* scenarijų. Stochastinės reikšmės yra pasiskirsčiusios pagal Gauso dėsnį (dispersija *10%*).
  - Optimalus sprendinys buvo gautas po 88 iteracijų:
    - Minimali tikėtinų kaštų reikšmė: $6.59 \cdot 10^{8}$;
    - Stochastinio sprendinio reikšmė: $1.07 \cdot 10^{8}$ *(14%).*
  - Tikslo funkcijos reikšmių *(A)* ir optimalumo skirtumo *(B)* kitimas optimizuojant:



Dviejų etapų ABC STO modelio taikymas (2)

- **Teisėtvarkos atvejis:**
  - I etapas: *n1=16, r1=6*; II etapas: *n2=105, r2=79*.
  - Uždavinio sprendimui panaudotas modifikuotas dekompozicijos metodas.
  - Simuliavimui buvo sugeneruota *500* scenarijų. Stochastinės reikšmės yra pasiskirsčiusios pagal Gauso dėsnį (dispersija *15%*).
  - Optimalus sprendinys buvo gautas po 32 iteracijų:
    - Minimali tikėtinų kaštų reikšmė: $3.99 \cdot 10^{8}$;
    - Stochastinio sprendinio reikšmė: $2.68 \cdot 10^{7}$ *(6.29%).*
  - Tikslo funkcijos reikšmių *(A)* ir optimalumo skirtumo *(B)* kitimas optimizuojant:



Trumpojo laikotarpio finansų planavimo modelis (1)

- Sukurtas uždavinio formulavimas remiasi Pogue G.A. ir Bussard R.N. trumpojo laikotarpio finansų planavimo modeliu. Visos lėšos yra gaunamos arba išmokamos periodo pradžioje. x_i - kiekis gautas atliekant finansinę operaciją *i* .
- Finansinės operacijos:

  1 - kredito linija, *2* – faktoringas, *3* - kreditorinių įsiskolinimų užlaikymas,

  4 - terminuota paskola, *5* - vertybiniai popieriai.
- Kiekvieno periodo lėšų išteklių kiekis turi būti lygus tuo periodu suvartotam lėšų kiekiui. Grynųjų perteklius yra naudojamas vertybinių popierių x_5 su atsitiktinę palūkanų norma, pasiskirsčiusia pagal normalųjį dėsnį, pirkimui.
- Tikslas – minimizuoti įvairių lėšų šaltinių kaštus pridėjus laukiamus kaštus dėl balanso ribojimų pažeidimo: $min_x F(x) = c^*x + E_\xi \ (q^+ y^+ + q^- y^-)$
- Sprendžiant šį uždavinį mums nereikalingas nei perteklius (grynųjų pinigų užšaldymas) nei trūkumas (didėli trūkstamų lėšų skolinimosi kaštai).

Trumpojo laikotarpio finansų planavimo modelis (2)

- Sukurto modelio detalės

Pirmo etapo ribojimai:

$x_{11} + L_1 \le \beta_1 \quad x_4 \le \beta_{4v}$

$x_{21} \ge 0.7 \cdot AR_0 \qquad x_{11} + x_4 \le \beta_{41}$

$x_{21} \le 0.9 \cdot AR_0 \qquad x_{21} + x_4 \le \beta_{42}$

$x_{31} \le 0.8 \cdot AP_0 \qquad x_{51} \le AR_0 \cdot rv$

$x_4 \ge \beta_{4a} \quad x_{51} + L_1 \ge LR$

Antro etapo ribojimai:

$x_{12} - L_1 \le 0 \quad x_{11} + x_{12} + x_4 \le \beta_{41}$

$x_{22} \ge 0.7 \cdot AR_1 \qquad x_{21} + x_{22} + x_4 \le \beta_{42}$

$x_{22} \le 0.9 \cdot AR_1 \qquad x_{52} \le AR_0 \cdot rv$

$x_{32} \le 0.8 \cdot AP_1 \qquad x_{51} + x_{52} + L_1 \ge LR$

$x_{31} + x_{32} \le \beta_3$

Balansas pradiniu planavimo momentu:

$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_4 - x_{51} + x_{60}^- - x_{60}^+ - [\, r_6 \cdot x_{60}^- \,] = AP_0$

Pirmo etapo balansas:

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} - x_{52} - x_{60}^- + x_{60}^+ + x_{61}^- - x_{61}^+ - [\, r_{12} \cdot x_{11} + r_{11} \cdot L_1 + r_2 (2 \cdot x_{21} - AR_0) + r_3 \cdot x_{31} + r_4 \cdot x_4 - r_5 \cdot x_{51} + r_6 \cdot x_{61}^- \,] = AP_1$$

Antro etapo balansas:

$$- x_{11} - x_{12} + AR_0 - x_{21} + AR_1 - x_{22} - x_{31} - x_{32} - x_4 + x_{51} + x_{52} + x_{61}^+ - x_{61}^- + x_{62}^- - x_{62}^+ - [\, r_{12} \cdot (x_{11} + x_{12}) + r_{11} \cdot (L_1 - x_{12}) + r_2 (2 \cdot x_{21} - AR_0) + r_2 (2 \cdot x_{22} - AR_1) + r_3 \cdot (x_{31} + x_{32}) + r_4 \cdot x_4 - r_5 \cdot (x_{51} + x_{52}) + r_6 \cdot x_{62}^- + r_7 \cdot x_{62}^+ \,] = AP_2 - AR_2$$

Tikslo funkciją sudaro visų veiklų išlaidos:

$$F(x) = r_6 \cdot x_{60}^- + r_{12} \cdot x_{11} + r_{11} \cdot L_1 + r_2 (2 \cdot x_{21} - AR_0) + r_3 \cdot x_{31} + r_4 \cdot x_4 - r_5 \cdot x_{51} + r_6 \cdot x_{61}^- + r_{12} \cdot (x_{11} + x_{12}) + r_{11} \cdot (L_1 - x_{12}) + r_2 (2 \cdot x_{21} - AR_0) + r_2 (2 \cdot x_{22} - AR_1) + r_3 \cdot (x_{31} + x_{32}) + r_4 \cdot x_4 - r_5 \cdot (x_{51} + x_{52}) + r_6 \cdot x_{62}^- + r_7 \cdot x_{62}^+$$

$$F(x) \equiv c \cdot x + E_\xi (\max_{y \ge 0} q \cdot y) \to \max_{x \ge 0}$$
$$A \cdot x = b,$$
$$T \cdot x + W \cdot y = h,$$
$$h = \xi \cdot d + m,$$

- Pelno maksimizavimo

$$F(x) \equiv c \cdot x + E_\xi (\min_{y \ge 0} q \cdot y) \to \min_{x \ge 0}$$
$$A \cdot x = b,$$
$$T \cdot x + W \cdot y = h,$$
$$h = \xi \cdot d + m,$$

- Kaštų minimizavimo

AP_j - kreditorinio įsiskolinimo suma planavimo momentu j, $j=0, 1, 2$,
AR_j - debitorinio įsiskolinimo suma planavimo momentu j, $j=0, 1, 2$,
LR - likvidumo rezervas,
L_1 - kredito linijos indelis į likvidumo rezervą,
x_{6j}^+ - piniginių lėšų perteklius planavimo momentu j, $j=0, 1, 2$,
x_{6j}^- - piniginių lėšų trukumas planavimo momentu j, $j=0, 1, 2$,
$r11$ - palūkanų norma nuo nepanaudotos kredito linijos sumos $(r11 < r12)$,
$r12$ - palūkanų norma nuo panaudotos kredito linijos sumos,
$r3$ - palūkanų norma užlaikant mokesčius $(r3 > r4)$,
$r4$ - palūkanų norma už terminuotą paskolą $(r4 > r12)$,
$r5$ - palūkanos gaunamos už vertybinius popierius,
$r6$ - palūkanos mokamos už trūkstamų piniginių lėšų skolinimąsi $(r6 = r3)$,
$r7$ - palūkanos už piniginių lėšų perteklių $(r7 < r11)$,
rv - galimų investuoti piniginių lėšų procentas,
β_1 - viršutinė kredito linijos limito riba,
β_3 - kreditorinio įsiskolinimo užlaikymo viršutinė riba,
β_{4a} - terminuotos paskolos apatinė riba,
β_{4v} - terminuotos paskolos viršutinė riba,
β_{41}, β_{42} – viršutinės ribos finansinių instrumentų kombinacijų ribojimuose.

Trumpojo laikotarpio finansų planavimo modelis (3)

- Buvo sudaryti du modelio variantai *TDD* ir *DD* ir ištestuoti panaudojant tris skirtingus modelio parametrų rinkinius.
- Uždavinio sprendimui buvo pritaikytas *Monte-Karlo* stochastinio optimizavimo metodas.
- Trijų modelio parametrų rinkinių *TDD* ir *DD* modelių optimalūs sprendiniai:

TDD modelis	I	II	III
Pradinė reikšmė	1485.46	5594.54	6917.27
Optimali reikšmė	1180.34 ± 6.33	4480.36 ± 40.35	5987.47 ± 29.05
Iteracijų skaičius	500	335	231

DD modelis	I	II	III
Pradinė reikšmė	1970.88	5753.11	7115.15
Optimali reikšmė	1531.05 ± 14.68	5091.73 ± 43.21	6405.98 ± 32.02
Iteracijų skaičius	57	75	108

VŠĮ finansinių srautų planavimas

- Lietuvos universitetams tapus viešosiomis įstaigomis atsirado daugiau galimybių valdant savo finansus, t.y. gali planuoti savo išlaidas pasinaudodami įvairius finansinius instrumentus.
- Prieš tai aprašytas sukurtas trumpojo laikotarpio finansų planavimo modelis buvo pritaikytas universiteto išlaidų planavimui. Skaičiavimai buvo atlikti naudojant realius finansinius duomenis.
- Buvo sukurti dviejų (pusmečiai) ir keturių (ketvirčiai) etapų modeliai.

Pirmo etapo ribojimai	Antro etapo ribojimai	Trečio etapo ribojimai	Ketvirto etapo ribojimai
$x_{11} + L_1 \le \beta_1$	$x_{12} - L_1 \le 0$	$x_{12} + x_{13} - L_1 \le 0$	$x_{12} + x_{13} + x_{14} - L_1 \le 0$
$x_{21} \le 0.9 \cdot AR_0 \cdot y_1$	$x_{22} \le 0.9 \cdot AR_1 \cdot y_2$	$x_{23} \le 0.9 \cdot AR_2 \cdot y_3$	$x_{24} \le 0.9 \cdot AR_3 \cdot y_4$
$x_{31} \le 0.8 \cdot AP_0$	$x_{32} \le 0.8 \cdot AP_1$	$x_{33} \le 0.8 \cdot AP_2$	$x_{34} \le 0.8 \cdot AP_3$
$x_4 \le \beta_{4v}$	$x_{52} \le x_{61}^{+} \cdot rv$	$x_{53} \le x_{62}^{+} \cdot rv$	$x_{54} \le x_{63}^{+} \cdot rv$
$x_{51} \le x_{60}^{+} \cdot rv$	$x_{51} + x_{52} + L_1 \ge LR$	$x_{51} + x_{52} + x_{53} + L_1 \ge LR$	$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + L_1 \ge LR$
$x_{51} + L_1 \ge LR$	$x_{11} + x_{12} + x_4 \le \beta_{41}$	$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_4 \le \beta_{41}$	$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_4 \le \beta_{41}$
$x_{11} + x_4 \le \beta_{41}$	$x_{21} + x_{22} + x_4 \le \beta_{42}$	$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_4 \le \beta_{42}$	$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_4 \le \beta_{42}$
$x_{21} + x_4 \le \beta_{42}$			

Viešųjų įstaigų finansinių srautų planavimas

- Skaičiavimų rezultatai:

Modelis	Kintamųjų	Ribojimų	LN	TF
Dviejų etapų	31	18	-34.803,2	283.161,62
Keturių etapų	57	34	-56.767,1	275.079,10

- Keturių etapų modelio tikslo funkcijos reikšmė yra *8.082,53* (2.9%) mažesnė nei dviejų etapų modelio, t.y. naudojant keturių etapų modelį po metų gaunamas mažesnis trūkumas nei naudojant dviejų etapų modelį.
- Keturių etapų modelis duoda daugiau galimybių pasirenkant finansinius instrumentus ir leidžia lanksčiau valdyti finansinius srautus.

IV. Programinė realizacija

1. Integracija su CPLEX
2. Sukurtų metodų praktinis taikymas
3. Sprendžiami uždaviniai

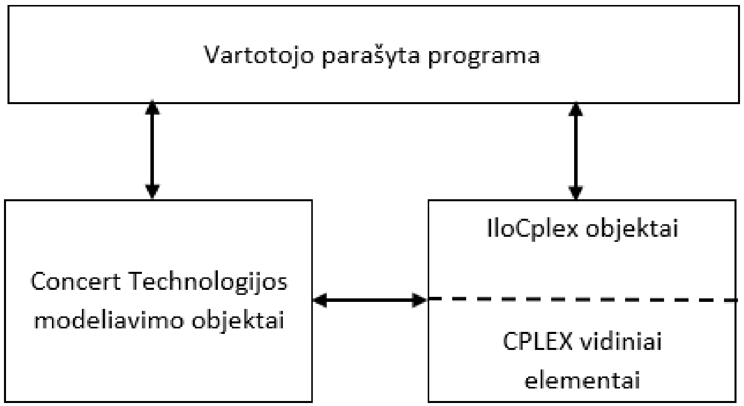
Integracija su CPLEX

- Optimizavimo uždavinių sprendimui ir PĮ realizavimui buvo naudojamas IBM ILOG CPLEX optimizavimo paketas integruotas su MS Visual Studio.
- CPLEX taikomi optimizavimo metodai:

```
Simplex - Simplekso tiesioginis
Dual Simplex – dualusis Simplekso
Network Simplex – tinklų Simplekso
Barrier – Barjerų
Sifting – Sijojimo
```

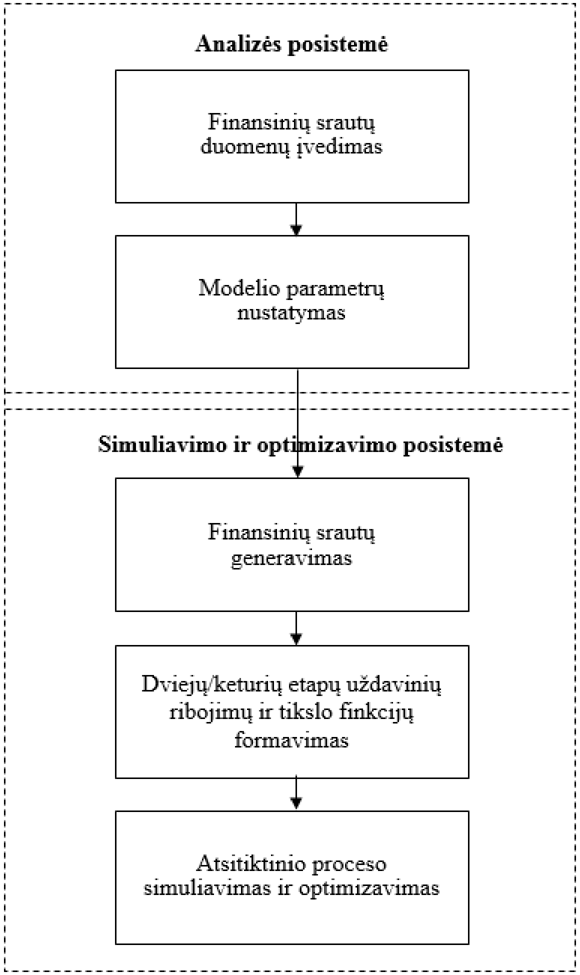
- Pagrindiniai IloCplex modelio parametrai:

```
IloModel - modelis
IloObjective – tikslo funkcija
IloNumVarArray – kintamųjų masyvas
IloRangeArray – ribojimų masyvas
```



Sukurtų metodų praktinis taikymas

- Optimizavimo uždavinių sprendimui reikalingi įvairių instancijų duomenys
- **Debesų kompiuterija** – duomenys ir failai saugomi internete, suteikia lankstumo ir užtikrina duomenų patikimą prieinamumą bet kuriuo metu
- **Blokų grandinių** (blockchain) metodai – leidžia keistis informacija verslo tinkle
- **Paskirstytos duomenų bazės** – sprendžia operacijų apdorojimo problemas, kai duomenys ateina iš skirtingų duomenų šaltinių, turi skirtingus formatus, laikomi skirtingose vietose



Sukurtų metodų programinė realizacija

Sprendžiami uždaviniai:

Nr.	Pavadinimas	Paaiškinimas
1	ABC uždavinys	Šio metodo programinė realizacija gali būti taikoma norint apskaičiuoti optimalius naudojamų resursų kiekius, taikant kaštinės-funkcinės analizės metodą
2	Finansų planavimo uždavinys	Šio metodo programinė realizacija gali būti taikoma norint pasinaudoti finansiniais instrumentais kreditorinių bei debitorinių įsipareigojimų patenkinimui
3	Viešųjų įstaigų finansinių srautų planavimo uždavinys	Šio metodo programinė realizacija gali būti taikoma norint planuoti viešosios įstaigos finansus

Programos struktūra:

Duomenų failo struktūra:

Nr.	Žymėjimas	Paaiškinimas
1	*n1, m1, n2, m2*	Pirmo bei antro etapo ribojimų bei kintamųjų skaičiai
2	*W[m2×n2]*	Antro etapo ribojimų koeficientų prie antro etapo kintamųjų matrica
3	*T[m2×n1*	Antro etapo ribojimų koeficientų prie pirmo etapo kintamųjų matrica
4	*q[n2]*	Tikslo funkcijos koeficientų prie antro etapo kintamųjų vektorius
5	*m[n2]*	Antro etapo ribojimų dešiniųjų pusių vektorius
6	*d[n2]*	Antro etapo ribojimų dešiniųjų pusių vektoriaus dispersijos
7	*b[m1]*	Pirmo etapo ribojimų dešiniųjų pusių vektorius
8	*A[m1×n1]*	Pirmo etapo ribojimų koeficientų matrica
9	*c[n1]*	Tikslo funkcijos koeficientų prie pirmo etapo kintamųjų vektorius

V. Išvados ir rezultatai

Išvados ir rezultatai (1)

1. Išnagrinėjus stochastinio optimizavimo metodų mokslinės literatūros šaltinius, nustatyta, kad:

- sprendžiant investavimo uždavinius, kai pirmame etape grąža yra neigiama ir pelnas yra pasiekiamas tik užbaigus visus etapus, klasikinės dekompozicijos metodas netinka;
- veikla pagrįsto savikainos (angl. ABC – Activity Based Costing) skaičiavimo metodo ir finansinių instrumentų panaudojimo finansinių srautų planavimui, formuluotės taikant STO atskirose srityse nėra pakankamai ištirtos;
- scenarijų agregavimo panaudojimas finansų valdymo STO metodais uždavinių sprendimo efektyvumo didinimui nėra pakankamai ištirtas.

Išvados ir rezultatai (2)

2. Darbe sukurtas modifikuotas dviejų etapų STO uždavinio dekompozicijos metodas bei algoritmas leidžia gauti optimalų sprendinį, kai pirmo etapo sprendinys neegzistuoja. Pastarasis atvejis dažnai pasitaiko finansų planavimo uždaviniuose, o jo sprendimo algoritmas dar nebuvo žinomas.

3. Darbe pasiūlytas ir ištirtas atsitiktinių scenarijų agregavimo metodas, kuris leidžia sumažinti bendrą skaičiavimo laiką bei optimizavimo proceso iteracijų skaičių tam pačiam tikslumui pasiekti. Pateiktos rekomendacijos scenarijų optimalioms agregavimo strategijoms parinkti.

4. Sukurtas STO ABC modelis, skirtas strateginiam įmonės išteklių planavimui patenkinant minimalų stochastinės paklausos lygį, kai dabartinėje ekonominėje situacijoje bendrosios sąnaudos sudaro vis didesnę visų išlaidų dalį. Realizuojant modelį pritaikytas ABC metodas ir modifikuotas dekompozicijos algoritmas. Modelis adaptuotas ligoninės ir teisėtvarkos finansų valdymo uždaviniams spręsti.

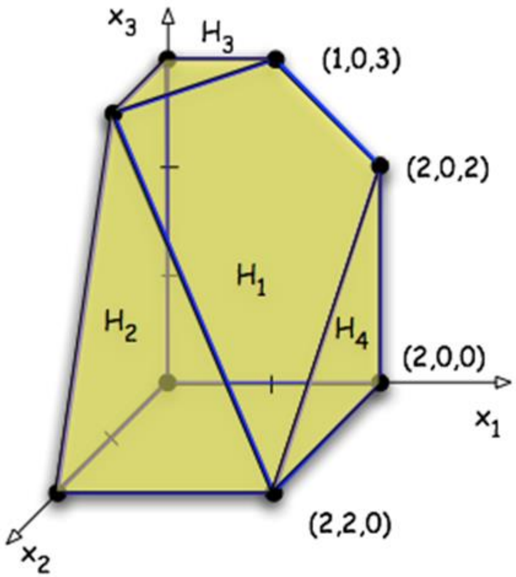
Išvados ir rezultatai (3)

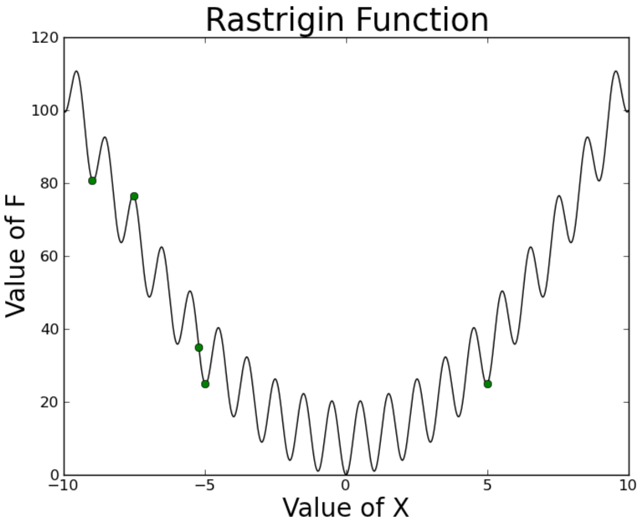
5. Darbe sudarytas dviejų etapų trumpo periodo įmonės finansų planavimo modelis, esant neapibrėžtumui, kuriam spręsti pritaikytas Monte-Karlo metodas. SO eksperimento rezultatai parodė SO efektyvumą, sprendžiant įmonės finansinių srautų valdymo problemą. Modelio panaudojimas leidžia parinkti optimalius finansinius sprendimus, panaudoti tinkamiausius finansinių instrumentų rinkinius, sumažinti kaštus bei užtikrinti likvidumą.

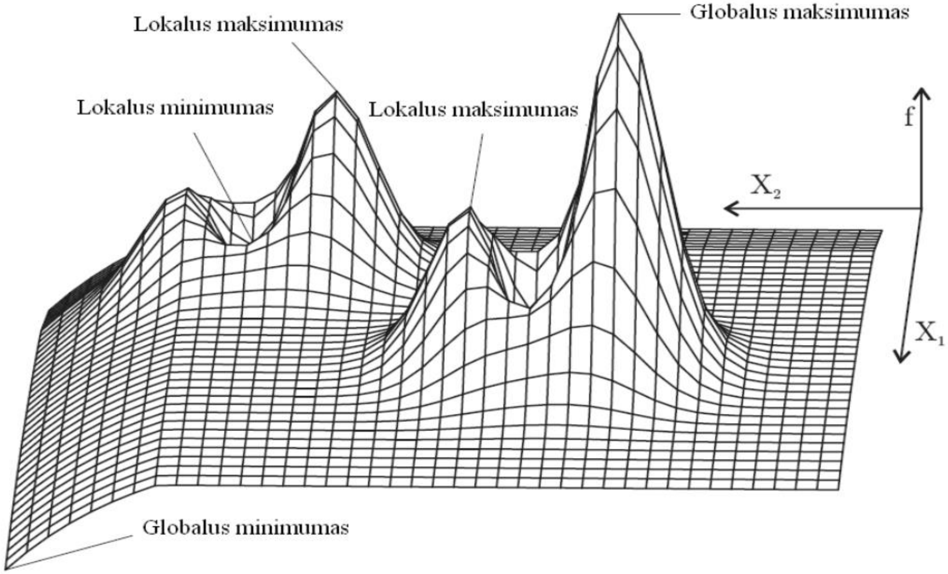
6. Sukurti dviejų ir keturių etapų viešųjų įstaigų finansų valdymo modeliai naudojant kredito linijos, faktoringo, mokėjimų atidėjimo, vertybinių popierių įsigijimo, ir terminuotos paskolos finansinius instrumentus. Sprendžiant uždavinius su realiais universiteto finansų valdymo duomenimis, parodyta, kad keturių etapų modelis leidžia lanksčiau pasinaudoti finansų valdymo instrumentais negu dviejų etapų modelis.

7. Sukurti finansų optimizavimo ir planavimo algoritmai, metodai ir PĮ leidžia spręsti tipinius verslo ir technikos stochastinio optimizavimo uždavinius, kuriuos galima adaptuoti ir kitų konkrečių uždavinių sprendimui.

Ačiū už dėmesį ☺


x_3
H_3
(1,0,3)
(2,0,2)
H_1
H_2
H_4
(2,0,0)
x_1
(2,2,0)
x_2


Rastrigin Function
Value of F
Value of X
120
100
80
60
40
20
0
−10
−5
0
5
10


Lokalus maksimumas
Globalus maksimumas
Lokalus minimumas
Lokalus maksimumas
f
X_2
X_1
Globalus minimumas