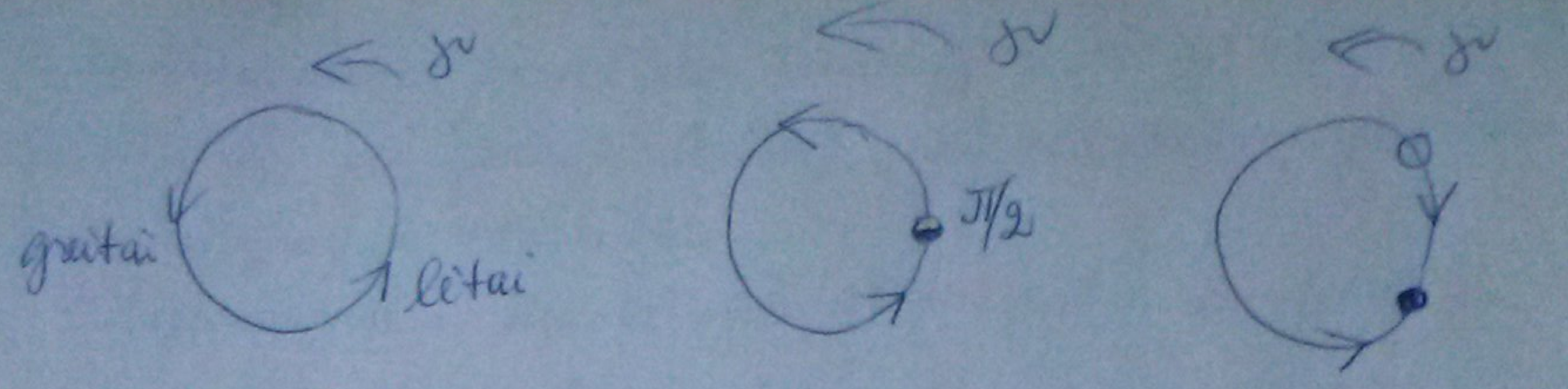


$\gamma > 1$ $\quad$ $\gamma = 1$ $\quad$ $0 < \gamma < 1$

Kai $\gamma = 0$, tai turime du ramybės taškus

$$\theta_1^* = -\pi \text{ ir } \theta_2^* = \pi.$$

Taškas $\theta_1^* = -\pi$ yra apačioje – stabilusis, o θ_2^* yra viršuje ir yra nestabilusis.

Jonvabaliai yra vienas iš įspūdingiausių sinchronizacijos pavyzdžių gamtoje. Pietryčių Azijoje tūkstančiai jonvabalių susirenka naktį medžiuose ir unisonu švysčioja savo žiburėliais. Tuo tarpu jonvabalių patelės vaikšto virš jų ir grožisi gražiomis žiburėliais.

Kaip išgaunama sinchronizacija? Jonvabaliai nepradeda švysčioti sinchroniškai. Tai nutinka bėgant laikui, nes jonvabaliai stebi vienas kitą. Kai vienas jonvabalis mato švysčiojant kitą jis sulėtina arba pagreitina savo švytėjimą priderindamas pagal stebimąjį, kad kitu švytėjimu švystelėtų kiek galima arčiau jo.

Matematinis modelis (jonvabaliai)

Sakykime, kad $\theta(t)$ yra jonvabalio švysčiojimo ritmą atitinkanti fazė. $\theta = 0$ atitinka akimirką, kai švysteli. Tuo atveju, jei nėra dirgiklio, švytėjimas yra ritmiškas, kurio dažnis ω. Taigi

$$\theta' = \omega$$

Sakykime, kad yra periodinis dirgiklis, kurio fazė α, o dažnis Ω, t.y.

$$\alpha' = \Omega$$

$\alpha = 0$ atitinka dirgiklio švystelėjimą.

Modeliuojame jonvabalio reakciją į dirgiklį.
Jei dirgiklis yra priekyje (lenkia), tai jonvabalis pagreitina savo švytėjimą ir atvirkščiai.

Paprasčiausias šias sąlygas atitinkantis modelis yra

$$\Theta' = \omega + A\sin(\alpha - \Theta), \quad A > 0.$$

Pavyzdžiui, jei α lenkia Θ (t.y. $0 < \alpha - \Theta < \pi$), tai jonvabalis pagreitėja ($\Theta' > \omega$). A rodo jonvabalio gebėjimą keisti momentinį dažnį.

Suprantame, kad šiam švytėjimui svarbus fazių skirtumas $\alpha - \Theta$. Pažymėkime jį $\varphi = \alpha - \Theta$.

Tuomet

$$\alpha' - \Theta' = \Omega - \omega - A\sin\varphi$$

arba (gauname atėmus vieną dif. l. iš kitos)

$$\varphi' = \Omega - \omega - A\sin\varphi$$

Taigi gauname jau nagrinėtą netolygiojo oscilatoriaus dif. lygtį. Įvedame žymenis $\tau = A \cdot t$, $\mu = \dfrac{\Omega - \omega}{A}$

ir turime

$$\varphi' = \mu - \sin\varphi, \quad \varphi' = \frac{d\varphi}{d\tau}.$$

Kai μ yra mažas, tai mes matome, kad švytėjimo dažniai yra artimi vienas kitam ir sinchronizacija yra įmanoma.

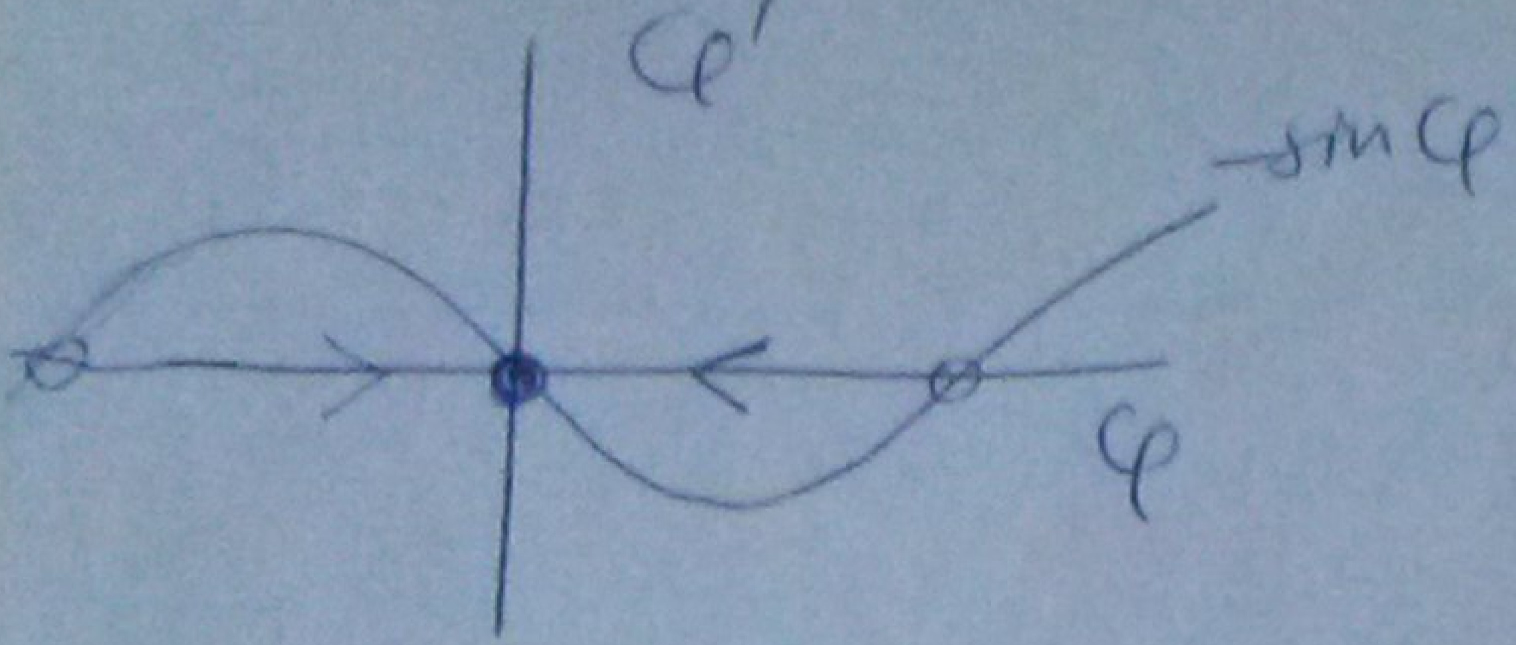
Imkime, kad $\mu > 0$ (analogiškai tiriamas ir atvejis, kai $\mu < 0$). Tuomet vektorinis laukas nustatomas taip:

Sprendžiame $\mu - \sin\varphi = 0 \Rightarrow \sin\varphi = \mu$

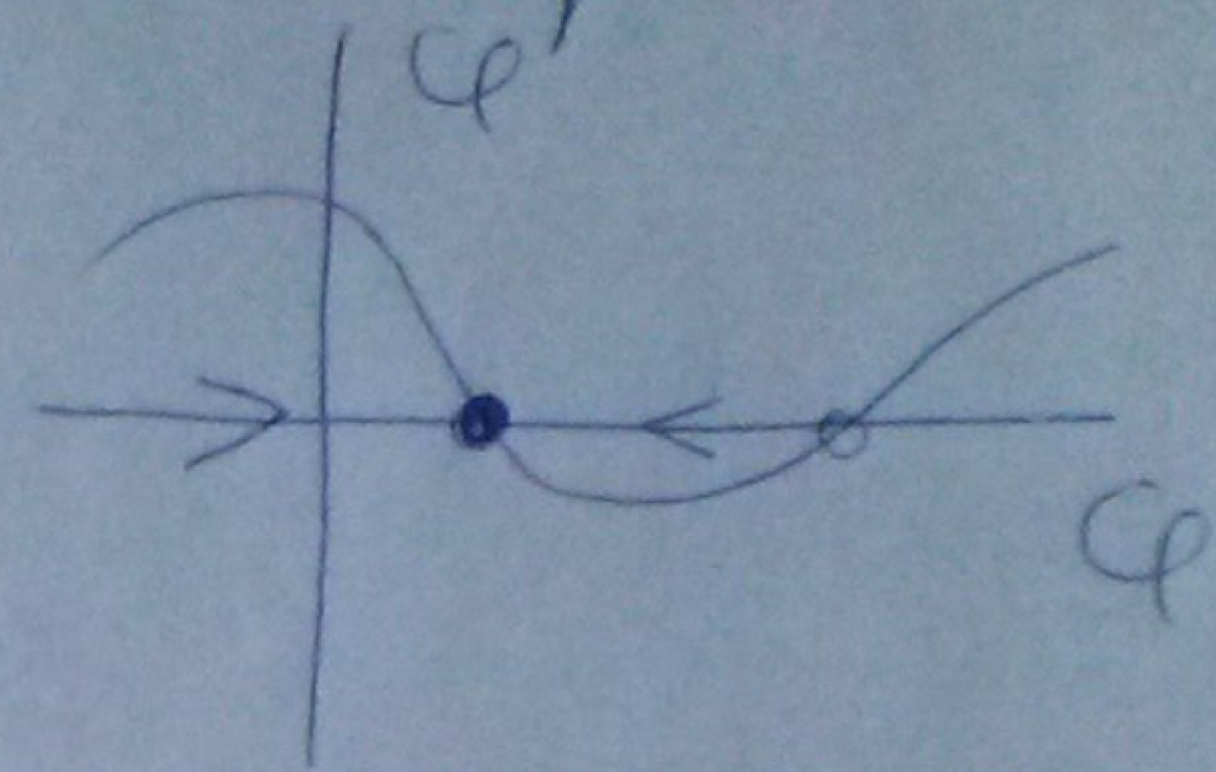
$\mu > 1$, φ^* – nėra (nėra rimties taškų)

$0 < \mu < 1$, $\varphi^*_{1,2} = (-1)^k \arcsin\mu + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

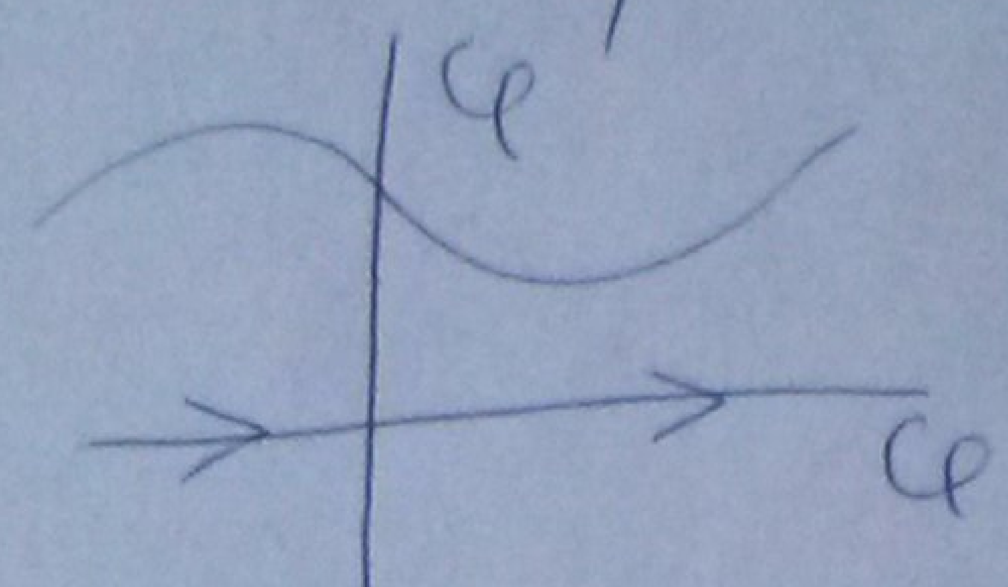
$\mu = 0$, $\varphi^*_{1,2} = 0;\ \pi$



$\mu=0$



$0<\mu<1$



$\mu>1$

Kai $\mu=0$, tai visos trajektorijos nukreiptos į pusiausvyros tašką $\varphi^*=0$. Tokiu atveju skirtumas tarp fazių yra 0, t.y. jonvabaliai švysčioja sinchroniškai.

Kai $0<\mu<1$, tai $\varphi^*\neq 0$ ($\varphi^*>0$) ir tai reiškia, kad jonvabaliai švysčioja tuo pačiu momentiniu dažniu, tačiau jau nebe unisonu. Kadangi $\varphi^*>0$, tai dirgiklis visą laiką yra priekyje.

Jei didiname μ, tai stabilusis ir nestabilusis rimties taškai artėja vienas prie kito ir susiduria bei patiria balno-mazgo bifurkaciją, kai $\mu=1$. Kai $\mu>1$, tai abu ramybės taškai išnyksta ir sinchronizacijos galimybė prarandama. φ didėja lėčiau, kai pasiekiamas minimumas ($\varphi=\pi/2$) ir didėja greičiau, kai yra maksimumas ($\varphi=-\pi/2$).