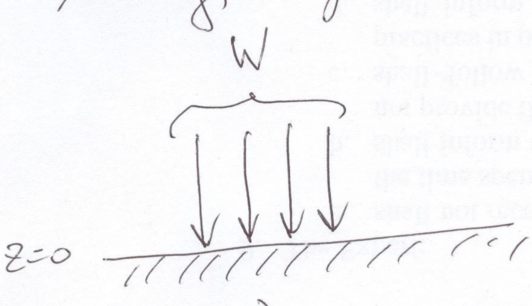
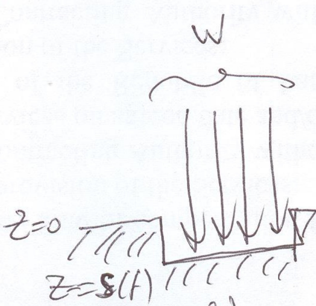
Paskaita 3

Gręžimas lazerio spinduliu.

Metalų pjaustymas, gręžimas yra labai plačiai naudojamos technologijos. Norint šiuos procesus atlikti su mažu ir neatsižvelgom, tiksliau ir greičiau pasitelkiame lazerius. Nagrinėkime procesą kai naudojamas lazerio spinduliuojantis W galingumo ~~bangą~~ plokščią (spindulį)



a)

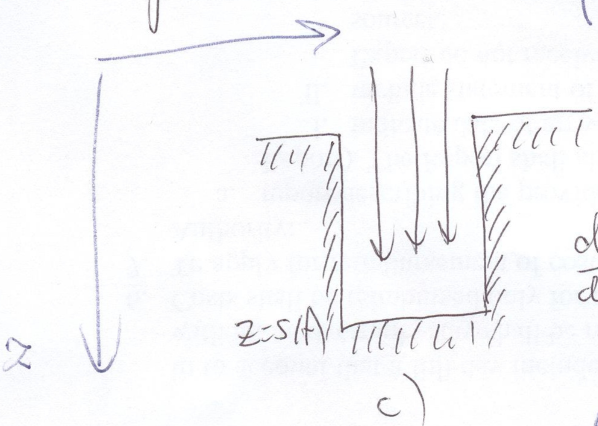


b)

$\frac{ds}{dt} < v$ - paviršiaus ~~[illegible]~~ judėjimo pradinis greitis

pradinė fazė - įkai-tinamas paviršius

pradinė stadija - frontas įsibėgėja



c)

$\frac{ds}{dt} \approx v$ paviršiaus judėjimo greitis tampa pastovus v.

frontas judėjimas ~~tampa~~ beveik pastoviu greičiu

Lazerio spindulys yra fokusuojamas mažoje srityje, jo galingumas yra didelis

1) (tai gali būti ir elektronų pluoštas)

Tam tikra energijos dalis yra sugeriama paviršiaus, o likusi dalis – atspindima

(energijos sugėrimas yra paviršinis efektas)

Dėl to pradeda didėti paviršiaus temperatūra.

a) temperatūros augimą riboja keli svarbūs faktoriai – šiluma (energija) iš karštos srities pradeda ištekėti aplinkines sritis, šiluma pernešama į visą plokštelę (tūrinis efektas)

2) b) kai temperatūra (paviršiaus) pasiekia kritinę reikšmę (virimo temperatūrą) šiluma sugeriama toliau, bet temperatūra nedidėja ir medžiaga iš skystos formos pereina į dujinę (išgaruoja). Dėl to metale formuojasi ertmė (įpjova)

Mūsų tikslas sudaryti šio proceso matematinį modelį.

Mūsų modelyje nenagrinėsime lazerio spindulio atspindžio nuo paviršiaus, o taip pat ir susiformavusio skysčio judėjimo šios procedūros metu, dėl to mūsų matematinis modelis tik apytikris (tai rezervas, kurį naudosime, jei modeliavimo rezultatai smarkiai skirsis nuo gauto eksperimento rezultatų)

4) Tarsime, kad visa energija W yra tolygiai pasiskirsčiusi ~~apie~~ kontaktinėje srityje, kurios plotas A. Per laiko tarpą Δt generuojama šilumos kiekis yra $W \cdot \Delta t$

Tegul per tą laiką išgarinamas ΔS storio metalo sluoksnis, kurio tūris $A \Delta S$

Energijos tvermės dėsnis (įvesime ir L_v)

$$W \Delta t = h \rho A \Delta S$$

čia ρ - yra medžiagos tankis, h - šiluma, kurios reikalinga išgarinti vieną masės vienetą

Perėjimas prie ribos $\Delta t \to 0$

ir gauname diferencialinę lygtį

$$\boxed{\frac{ds}{dt} = \frac{W/A}{h\,\rho}} \qquad s(0) = 0 \text{ - pradinė sąlyga.}$$

Režimas - fronto judėjimas pastoviu greičiu

Dimensijos:

$$\left[\frac{ds}{dt}\right] = \frac{m}{s}, \quad [\rho] = \frac{kg}{m^3}, \quad [A] = m^2, \quad [h] = \frac{J}{kg}$$

$$[W] = J$$

Aptarsime parametro h skaičiavimą

Kaip matome išgarinimas susideda iš trijų etapų (fazių)

1 Reikia sušildyti pavirš. nuo pradinės temperatūros T_0 iki lydymosi

temperatūros T_e, jei h_1 yra lenkmo specifinė šiluminė talpa, tai tam bus

reikalinga energija $(T_e - T_0)\,h_1$.

h_2 yra lydymosi specifinė šiluma

h_3 yra garavimo specifinė šiluma

Tada gauname ~~[illegible]~~ h skaičiavimo formulę

$$\boxed{h = (T_e - T_0)h_1 + h_2 + h_3}$$

Dabar galime rasti ~~[illegible]~~ išgręžto stulpelio aukštį (integruojame $dE/$ lygtį ir pasinaudojame pradine sąlyga)

$$\boxed{s(t) = \frac{1}{h\rho A}\int_0^t W(t)\,dt.}$$

$$= \frac{E(t)}{h\rho A} = \frac{W_0 t}{h\rho A}.$$

<u>Atsakymas</u>: stulpelio gylis priklauso tik nuo pilnos energijos $E(t)$ kiekio

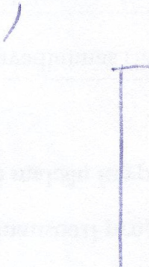
Pateikime tipines h dedamųjų komponenčių reikšmes

	$h_1 (T_c - 0)$	h_2	h_3
Aliuminis	2480	389	10800
Auksas	368	66,9	1740
Švinas	217	25	861

$[h] = kJ/kg$ (Palyginti metalus, kiek reikia energijos?)

Sudėtingesnis modelis

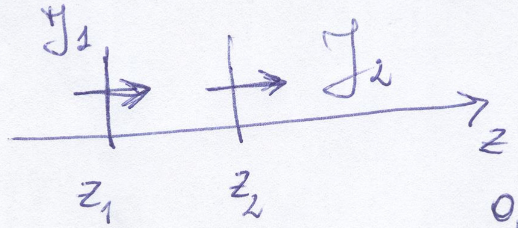
Labai svarbus, kol kas neįtrauktas, yra šilumos difuzijos procesas. Nagrinėkime atvejį, kai šilumos difuzija vyksta z kryptimi.



Iš eksperimentų ir savo patirties žinome, kad šiluma sklinda iš šiltesnės srities link šaltesnės ir temperatūra artėja link pastovios (vėsi kava niekada pati „neužverda")

Imkime ~~too~~ energijos tvermės dėsnį

Nagrinėsime $\Delta z = z_2 - z_1$ srities elementą, kai laikas keičiasi nuo t iki $t+\Delta t$.



$$T = T(t, z)$$

Pradinė temperatūra $T(0,z)$. Per Δt laiko intervalą pasikeitus šilumos kiekiui $\Delta t (J_1 - J_2)$ dydžiu, pasikeis temperatūra

$$\rho c \left(T(t+\Delta t, z) - T(t,z) \right) \times \Delta z$$

ρ – medžiagos tankis, c – santykinė šilumos talpa

Bendras šilumos kiekis pasikeitė dydžiu.

$$\Delta t \left(J_1 - J_2 \right)$$

$$\rho c \left(T(t+\Delta t) - T(t) \right) \Delta z = \Delta t \left(-J_2(z+\Delta z) + J_1(z) \right).$$

Padalinkime iš $\Delta z \cdot \Delta t$:

$$\rho c \frac{T(t+\Delta t) - T(t)}{\Delta t} = - \frac{J_2(z+\Delta z) - J_1(z)}{\Delta z}$$

Eksperiment. duomenys (ir statistiniai modeliai) rodo, kad srautas yra proporcijos temperatūros gradientui (su ženklu?)

$$J(z) = -D\frac{\partial T}{\partial z}$$

~~(Teiloro skleidinys)~~ (iš karšt. srities į šaltą)

D yra difuzijos koeficientas, laikysime, kad jis pastovus dydis (metalas - laidumo, izoliacinės medžiagos)

$$\rho c \frac{T(t+\Delta t) - T(t)}{\Delta t} = D \frac{\frac{\partial T}{\partial z}(z+\Delta z) - \frac{\partial T}{\partial z}(z)}{\Delta z}$$

Pereidami prie ribos $\Delta t, \Delta z \to 0$, gauname klasikinį šilumos laidumo modelį

$$\boxed{\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = D\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}}$$

kokia yra difuzijos koeficiento dimensija $[D]$.

Tai modelis, kuris aprašo šilumos difuziją, kai $z > 0$. (srities viduje!)

Dabar sudarysime dar vieną lygtį, aprašančią procesą paviršiuje $s(t)$.

$(s(0) = 0)$

Pradinis plokštelės kaitinimo etapas

(1) $$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \mathcal{D} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad t > 0$$
$$0 < z \le L.$$

(2) $$T(z, 0) = T_0$$ (pradinė temp.!)

(3) $$-\mathcal{D} \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=0} = \frac{W}{A}$$ (ant paviršiaus) (parodyti)

(4) $$T(L, t) = T_0$$ (kraštinė sąlyga!)

Tvermės dėsnis:

$$\Delta z \, \rho c \left(\frac{T(t+\Delta t) - T(t)}{\Delta t} \right) = \mathcal{D} \frac{\partial T}{\partial z} (\Delta z) + \frac{W}{A}.$$

Kai temperatūra ant paviršiaus pasiekia kritinį dydį T_V, prasideda metalo garinimas.

$$T(s(t), t) = T_V$$ (kraštinė sąlyga ant paviršiaus).

vietoj (3)

Bet reikia rasti paviršiaus vietą $s = s(t)$!

Tvermės dėsnis: (įtraukiame ir energijos nuostolį dėl išgarinto sluoksnio/metalo)

$z = s(t)$?

$$\rho c \left(T(\tilde{z}, t+\Delta t) - T(\tilde{z}, t) \right) \Delta z \qquad z \le \tilde{z} \le z+\Delta z$$

$$ \qquad s(t+\Delta t)$$

$$= \left(D \frac{\partial T}{\partial z}(z+\Delta z, t) + \frac{W}{A} \right) \Delta t$$

$$- \rho h_3 \left(s(t+\Delta t) - s(t) \right)$$

($h_3 = L_v$ dažnai naud. žymėj!)

Riboje gauname fronto judėjimo lygtį

$$\boxed{\rho L_v \overset{>0}{\frac{ds}{dt}} = \frac{W}{A} + D \overset{<0}{\frac{\partial T}{\partial z}}(s(t), t).}$$

$s(t_0) = 0$. t_0 yra laiko momentas, kai paviršiaus temperatūra pasiekia kritinę reikšmę T_v.

Palyginti su T modeliu

$$\boxed{\rho h \frac{ds}{dt} = \frac{W}{A}}$$

$$h = h_1 (T - T_0) + h_2 + L_v.$$