

# Matematinų Modelių laboratorinis darbas P1

## Gręžimo lazeriu matematiniai modeliai

### Modelis 1

Nagrinėkime paprasčiausią vienmatį modelį. Pažymėkime  $s(t)$  medžiagos paviršiaus padėtį laiko momentu  $t$ . Lazerio spindulio galingumas yra  $W$ , jo plotas  $A$ , medžiagos tankis  $\rho$ .

Pažymėkime  $h$  energijos (šilumos) kiekį, kurį reikia suteikti medžiagai, kad išgarintume vieną masės vienetą medžiagos. Jį apskaičiuojame pagal formulę

$$h = cT_v + L_v.$$

Pirmasis narys įvertina šilumos kiekį, kurį reikia suteikti medžiagai, kad įkaitintume medžiagą iki virimo temperatūros  $T_v$ , o  $c$  yra medžiagos savitoji šiluminė talpa. Antrasis narys  $L_v$  yra medžiagos specifinė garavimo šiluma.

Panaudodami energijos tvermės dėsnį, gauname tokį matematinį modelį

$$h\rho A \frac{ds}{dt} = W, \quad 0 < t < t_F, \quad (1)$$

$$s(0) = 0. \quad (2)$$

**Užduotis 1.** Tegul medžiaga yra geležis. Apskaičiuokite paviršiaus  $s(t)$  padėtį laiko momentais  $t = 1, 2, 3$  sekundės, kai  $W/A = 1 \cdot 10^9 \text{ J}/(\text{sm}^2)$ .

### Modelis 2

Nagrinėkime ir šilumos difuzijos procesą  $z$  koordinatės kryptimi. Kol temperatūra medžiagos paviršiuje pasiekia virimo temperatūrą  $T(t) \leq T_v$ , sprendžiame uždavinį

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad 0 < t \leq t_0, \quad (3)$$

$$-D \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{W}{A}, \quad T(z_G, t) = 0, \quad (4)$$

$$T(z, 0) = 0, \quad (5)$$

čia  $D$  yra šilumos difuzijos koeficientas duotoje medžiagoje. Medžiagos paviršius šiame etape nejuda

$$s(t) = 0, \quad 0 < t \leq t_0.$$

Laiko momentu  $t = t_0$  paviršius įkaista iki virimo temperatūros ir tada prasideda garavimo procesas (t.y. vyksta gręžimo veiksmas). Jį modeliuojame taip: temperatūrą medžiagoje aprašo modelis

$$c\rho\frac{\partial T}{\partial t} = D\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad s(t) < z < z_G, \quad 0 < t \leq t_0, \quad (6)$$

$$T(s(t), t) = T_V, \quad T(z_G, t) = 0. \quad (7)$$

Medžiagos paviršiaus padėtį aprašo matematinis modelis:

$$\rho L_v \frac{ds}{dt} = \frac{W}{A} + D \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=s(t)}, \quad t > t_0. \quad (8)$$

**Užduotis 2.** Tegul medžiaga yra geležis. Apskaičiuokite paviršiaus  $s(t)$  padėtį laiko momentais  $t = 1, 2, 3, 4$  sekundės, kai  $W/A = 1 \cdot 10^9 \text{ J}/(\text{sm}^2)$ .

Palyginkite abiejų modelių rezultatus.